# Mathématiques spécifiques : feuille d'exercices n° 3 (dérivavion globale)

## Exercice I

Lors du transport de l'électricité depuis un générateur vers un récepteur, les câbles électriques fonctionnent comme des résistances et dissipent par effet Joule une partie de l'énergie destinée au récepteur. La puissance perdue par effet Joule dépend de l'intensité du courant et de la résistance du câble.

1) Dans un réseau électrique donné dont l'intensité peut varier entre 1 A et 5 A, on a obtenu la formule suivante, reliant la puissance $P$ dissipée, en watts, et l'intensité I du courant, en ampères :

$$P(I) = 0,3I^2 - 2,4I + 9.$$

Déterminer la valeur de l'intensité du courant pour laquelle la puissance dissipée est minimale.

2) Dans un second réseau électrique différent du premier, l'intensité peut varier entre 1 A et 4,5 A, et on a :

$$P(I) = 0,3I^2 - 3I + 14.$$

Déterminer la valeur de l'intensité du courant pour laquelle la puissance dissipée est minimale.

## Exercice II

Une coopérative laitière produit et vend jusqu'à 2 000 litres de lait par jour. La fonction $f$, définie sur $[0\,;2]$ par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x$ , modélise le bénéfice journalier réalisé, en centaines d'euros, en fonction de la quantité de lait $x$ produite et vendue, en milliers de litres.

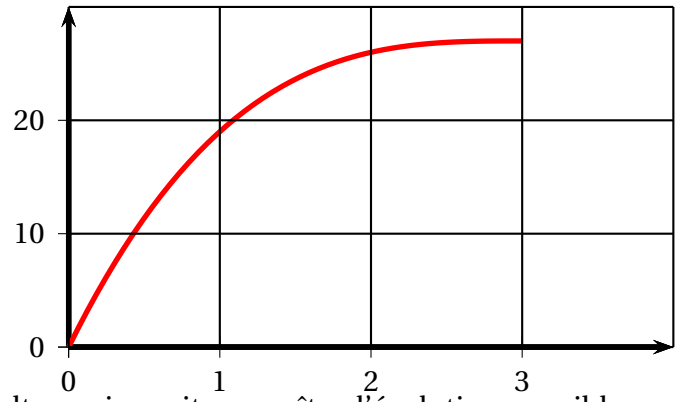
1) Vérifier que $f'(x) = (x-2)(x-4)$.

2) En déduire que le bénéfice journalier est croissant.

3) La coopérative souhaite augmenter sa production de 1 000 litres. Elle suppose que son bénéfice va suivre le modèle donné par la fonction $f$. Son bénéfice va-t-il continuer à augmenter pour chaque litre supplémentaire produit et vendu entre 2 000 et 3 000 litres ?

## Exercice III

La population d'abeilles dans un rucher a été étudiée pendant trois ans.
Les résultats obtenus ont permis de réaliser la courbe suivante.




L'apiculteur aimerait connaître l'évolution possible du nombre d'abeilles pour les prochaines années.
La courbe étant celle de la fonction $f$ définie par $f(x) = x^3 - 9x2 + 27x$, que répondre à cet apiculteur ?

## Exercice IV Coût marginal et coût moyen minimum

Une entreprise fabrique un produit cosmétique. Son coût total de fabrication $C_T$ , en milliers d'euros, dépend de la quantité $q$, en tonnes, de produit fabriqué.
Il peut être modélisé par la fonction $C_T$ définie sur $[0\,;10]$ par :

$$C_T(q) = q^3 - 12q^2 + 60q.$$

1) Déterminer $C_T'(q)$ et montrer que

$$C_T'(q) = 3(q-4)^2 + 12.$$

2) En déduire les variations de $C_T$ sur $[0\,;10]$.

3) Le coût moyen par tonne est égal à : $C_M(q) = \frac{C_T(q)}{q}$, avec $q > 0$.
   a) Calculer $C_M(4)$. Interpréter le résultat.
   b) Déterminer l'expression du coût moyen $C_M$ en fonction de $q$.
   c) Déterminer la quantité fabriquée pour laquelle le coût moyen est minimal.

4) Le coût marginal de fabrication est le coût induit par une variation de la production. Il peut se calculer en dérivant le coût total. On a $C_m(q) = C_T'(q)$. Déterminer $C_m(q)$ pour tout réel $q$.

5) Résoudre l'équation $C_m(q) = C_M(q)$ sur l'intervalle $]0\,;10]$.

6) Commenter l'affirmation : « Le coût moyen est minimal lorsqu'il est égal au coût marginal. »