Mathématiques spécifiques : contrôle sur la dérivation

Exercice I (1 point)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2 + 1$. Parmi les expressions suivantes, laquelle est celle de la dérivée de f ?

a) $g(x) = 8x + 1$

b) $h(x) = 9$

c) $j(x) = 8x$

d) $k(x) = 8x^2$

Exercice II (2 points)

Déterminer l'expression de la fonction dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 6x^3 - 1,5x^2 + 12.$$

Exercice III (2 points)

Soit une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont la dérivée est $f'(x) = (x+3)(x-2)$.
Combien la courbe représentative de f, $\mathscr{C}_f$, admet-elle de tangentes horizontales ?

Exercice IV (2 points)

La fonction $h : x \longmapsto x^3 - 300x + 2$ admet-elle des tangentes horizontales ? En quels points ?

Exercice V (5 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [-2 ; 2] par $f(x) = x^3 + 0,5x^2 - 4x + 1$.

1) Déterminer, pour tout réel x de [-2 ; 2], l'expression de la dérivée $f'(x)$.
2) Montrer que $f'(x) = (3x+4)(x-1)$.
3) a) Étudier le signe de $3x + 4$.
   b) Étudier le signe de $x - 1$.
   c) En déduire le tableau de signes de $f'(x)$.
   d) En déduire le tableau de variations de f.
   e) Détermlner le maximum et le minimum de f sur [-2 ; 2].
   Òn placera ces valeurs dans le tableau de variation.

Exercice VI (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 30x + 1.$$

1) Calculer $f'(x)$.
2) Montrer que $f'(x) = 3(x-5)(x+2)$.
3) Pourquoi le signe de $f'(x)$ est-il le même que celui de $(x-5)(x+2)$?
4) Étudier le signe de $x - 5$ puis de $x + 2$.
5) Dresser le tableau de signes de $f'(x)$ et le tableau de variation de f.

Exercice VII (4 points)

Suite à une épidémie dans une région, le nombre de personnes malades t jours après l'apparition des premiers cas est modélisé par

$$f(t) = 45t^2 - t^3 + 100,$$

pour tout t appartenant à [0 ; 45].

1) Déterminer le nombre de personnes malades prévu par ce modèle au bout de 10 jours.
2) Montrer que, pour tout t appartenant à [0 ; 45] :

$$f'(t) = 3t(30 - t).$$

3) Déterminer le signe de $f'(t)$ sur [0 ; 45] et en déduire les variations de f.
4) Déterminer le jour où le nombre de personnes malades est maximal durant cette période de 45 jours et préciser le nombre de personnes alors malades.