Feuille d'exercices sur le nombre dérivé d'une fonction

Exercice I

Déterminer la dérivée en $x \in \mathscr{D}$ (où $\mathscr{D}$ est l'ensemble de définition de f) des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 3x+5$ b) $f(x) = x^3$ c) $f(x) = 8$ d) $f(x) = x^7$

e) $f(x) = \dfrac{1}{x^4}$ f) $f(x) = -3+2x$ g) $f(x) = x^{15}$ h) $f(x) = 12x$

i) f(x) = x^{25} j) $f(x) = x^6$ k) $f(x) = x^{48}$ l) $f(x) = \dfrac{1}{x^3}$

Exercice II

a) Soit $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$. Que vaut $f'(2)$

b) Soit $f : x \mapsto 8x+12$. Que vaut $f'(7)$?

c) Soit $f : x \mapsto \sqrt{x}$. Que vaut $f'(9)$?

d) Soit $f : x \mapsto x^2$. Que vaut $f'(10)$?

e) Soit $f : x \mapsto x^3$. Que vaut $f'(7)$?

f) Soit $f : x \mapsto \dfrac{1}{x^2}$. Que vaut $f'(3)$?

g) Soit $f : x \mapsto 2$. Que vaut $f'(17)$?

h) Soit $f : x \mapsto x^6$. Que vaut $f'(1)$?

Exercice III

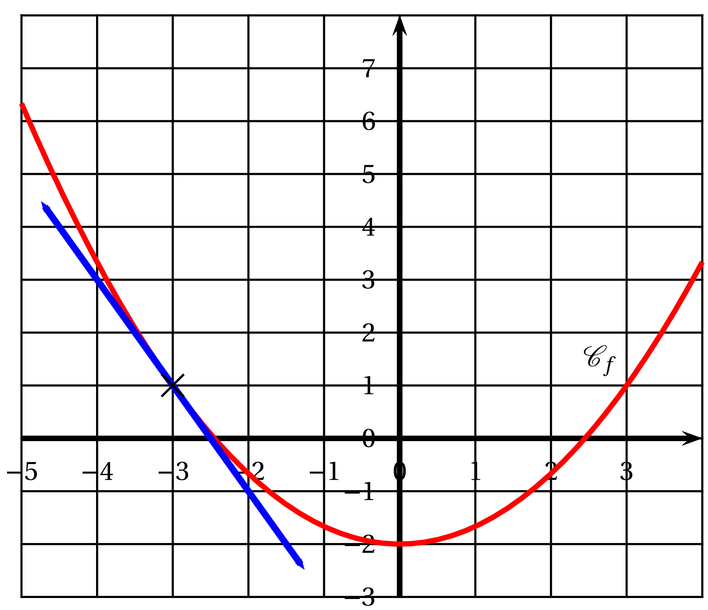
Soit $f : x \mapsto x^2 - 4x + 1$. Quelle est l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en 3 ?

Exercice IV

Soit $h : x \mapsto 4x - 2$. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de la fonction h en 5.

Exercice V Lecture graphique

Sur la figure ci-dessous, on a représenté en rouge la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f.
La droite d représentée en bleu est tangente à $\mathscr{C}_f$ en A(-3 ; 1).
D'après ce graphique, que vaut la dérivée de f en -3 ?



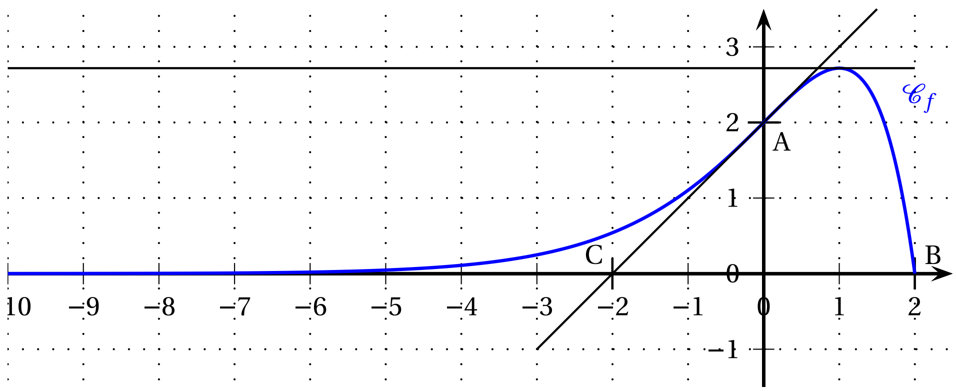
Exercice VI

Partie A

Dans le repère ci-dessous, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-10\,;\,2]$. On a placé les points A(0; 2), B(2; 0) et C(−2 ; 0).

On dispose des renseignements suivants :

- Le point B appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$.
- La droite (AC) est tangente en A à la courbe $\mathscr{C}_f$.
- La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 est une droite horizontale.



Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

1. Indiquer les valeurs de $f(0)$ et de $f(2)$.
2. Indiquer la valeur de $f'(1)$.
3. Donner une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.
4. Indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ dans l'intervalle $[-10\,;\,2]$.
5. Indiquer les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-10\,;\,2]$.

Partie B

Dans cette partie, on cherche à vérifier par le calcul les résultats lus graphiquement dans la partie A.
On sait désormais que la fonction f est définie sur l'intervalle $[-10\,;\,2]$ par :

$$f(x) = (2-x)\mathrm{e}^{x}.$$

.

1. Calculer $f(0)$ et $f(2)$.
   (a) Calculer $f'(x)$ pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[-10\,;\,2]$.
   (b) En déduire la valeur de $f'(1)$.
2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.
3. (a) Dresser le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[-10\,;\,2]$.
   (b) En déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ dans l'intervalle $[-10\,;\,2]$, puis donner une valeur approchée au centième de chacune de ces solutions.