Rappels sur la fonction exponentielle exp

I Définition

Il existe une unique fonction f, définie sur $\mathbb{R}$, vérifiant $\begin{cases} f' = f \\ f(0) = 1 \end{cases}$.
Cette fonction s'appelle fonction exponentielle, notée exp.
On pose $\mathrm{e} = \exp(1) \approx 2{,}718\,281\,828\,459\,045$.
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on note e^x le nombre $\exp(x)$.
$\exp : x \longmapsto \exp(x) = \mathrm{e}^x$.

II Propriétés

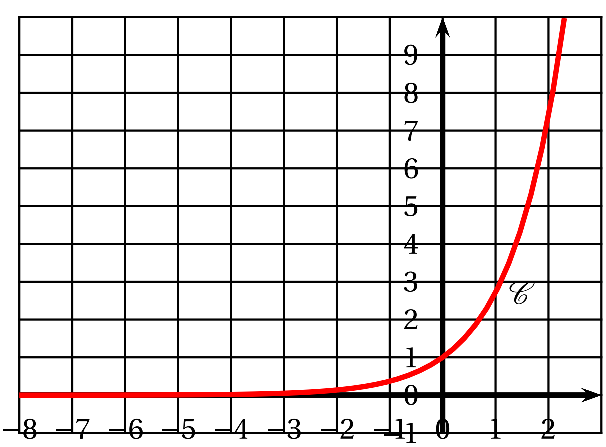
Propriétés

- exp est croissante et strictement positive.
- $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\mathrm{e}^x\right) = 0$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^x = +\infty$

Tableau de variation :

x	$-\infty$		0		1
e^x	0	$\nearrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Courbe représentative :



Propriétés

1. Pour tous réels a et b, $\mathrm{e}^a = \mathrm{e}^b \Leftrightarrow a = b$
2. Pour tous réels a et b, $\mathrm{e}^a \leqslant \mathrm{e}^b \Leftrightarrow a \leqslant b$

Propriétés algébriques

Pour tous réels a et b :

- $\mathrm{e}^{-a} = \dfrac{1}{\mathrm{e}^a}$
- $\mathrm{e}^a \times \mathrm{e}^b = \mathrm{e}^{a+b}$
- $\mathrm{e}^{a-b} = \dfrac{\mathrm{e}^a}{\mathrm{e}^b}$
- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\left(\mathrm{e}^a\right)^n = \mathrm{e}^{na}$

III Dérivée de e^u

Propriété

Si u est dérivable, e^u est dérivable et $\boxed{\left(\mathrm{e}^u\right)' = u' \times \mathrm{e}^u}$

Exemples :

a) $f(x) = \mathrm{e}^{3x+5}$.
$f = \mathrm{e}^u$ avec $u(x) = 3x + 5$.
$f' = u'\mathrm{e}^u$ avec $u'(x) = 3$.
Par conséquent : $\boxed{f'(x) = 3\mathrm{e}^{3x+5}}$.

b) $f(x) = \mathrm{e}^{-5x+7}$.
$f = \mathrm{e}^u$ avec $u(x) = -5x + 7$
$f' = u'\mathrm{e}^u$ avec $u'(x) = -5$
Alors : $\boxed{f'(x) = -5\mathrm{e}^{-5x+7}}$.

c) $f(x) = \mathrm{e}^{x^2+7x+1}$.
$f = \mathrm{e}^u$ avec $u(x) = x^2 + 7x + 1$.
$f' = u'\mathrm{e}^u$ avec $u'(x) = 2x + 7$.
Donc : $\boxed{f'(x) = (2x+7)\mathrm{e}^{x^2+7x+1}}$.