

Correction des exercices supplémentaires sur les suites arithmétiques

Exercice I

Parmi les suites suivantes, quelles sont les suites qui sont arithmétiques? Préciser alors leur premier terme et leur raison.

a) $u_n = -5 + 7n$

$$u_{n+1} - u_n = (-5 + 7(n+1)) - (-5 + 7n) = -5 + 7n + 7 + 5 - 7n = 7.$$

u est arithmétique de raison $r = 7$ et de premier terme $u_0 = -5$.

b) $u_n = 3n^2 + 5$

$$u_{n+1} - u_n = [3(n+1)^2 + 5] - 3[3n^2 + 5] = 3(n^2 + 2n + 1) + 5 - 3n^2 - 5 = 3n^2 + 6n + 3 + 5 - 3n^2 - 5 = 6n + 3$$
 qui n'est pas constant donc u n'est pas une suite arithmétique.

c) $u_n = \frac{3n+4}{7}$.

$$u_{n+1} - u_n = \frac{3(n+1)+4}{7} - \frac{3n+4}{7} = \frac{3n+3+4-3n-4}{7} = \frac{3}{7}.$$

u est arithmétique de raison $r = \frac{3}{7}$.

d) $u_n = n\sqrt{2}$

$$u_{n+1} - u_n = (n+1)\sqrt{2} - n\sqrt{2} = \sqrt{2}.$$

u est arithmétique de raison $r = \sqrt{2}$.

e) u est définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1 \end{cases}$.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = 2n + 1$ qui n'est pas un nombre constant donc ce n'est pas une suite arithmétique.

Exercice II

1. u est arithmétique de raison r ; $u_0 = -3$ et $r = 2$.

$$u_n = u_0 + nr \text{ donc } u_7 = u_0 + 7r = -3 + 7 \times 2 = 11$$

2. u est arithmétique de raison r ; $u_4 = 5$ et $r = \frac{1}{3}$.

$$u_n = u_p + (n-p)r \text{ donc } u_{23} = u_4 + (23-4)r = 5 + 19 \times \frac{1}{3} = \frac{34}{3}$$

3. u est arithmétique de raison r ; $u_5 = 12$ et $u_9 = 15$.

$$u_9 = u_5 + (9-5)r \text{ donc } 15 = 12 + 4r \text{ d'où } r = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Alors : } u_{23} = u_9 + (23-9)r = 15 + 14 \times \frac{3}{4} = 15 + 7 \times \frac{3}{2} = \frac{51}{2}$$

4. u est une suite arithmétique; on sait que $u_8 = 15$ et $u_{12} = 25$.

$$u_{12} = u_8 + 4r \text{ donc } 25 = 15 + 4r : \text{ on trouve } r = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}; r = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Alors : } u_8 = u_0 + 8r \text{ donc } u_0 = u_8 - 8r = 15 - 8 \times \frac{5}{2} = -5; u_0 = -5$$