Correction des exercices (méthode CMR)

I

- N est la taille estimée de la population.
- Première session : $M = 82$ individus capturés.
- Seconde session : $n = 67$ individus capturés,
- $m = 2$ individus recapturés

Taille estimée de la population : $\dfrac{N}{M} = \dfrac{n}{m}$ donc $N = M \times \dfrac{n}{m} = 82 \times \dfrac{67}{2} = \boxed{2\,747}$

Pour savoir si la valeur de 49 % observée est précise à $\pm 10\,\%$, on utilise l'intervalle de confiance :

- Avec $\epsilon = \dfrac{1}{\sqrt{n}} = \dfrac{1}{\sqrt{147}}$, on trouve : $\boxed{\epsilon \approx 0{,}0824 \approx 8{,}24\,\%}$. On obtient un résultat plus précis que $\pm 10\,\%$.

II

1. Ici, les otaries sont marquées en coupant une mèche de fourrure. Cette méthode a plusieurs avantages :
   — Dans un temps assez court, elle est indélébile et, dans un temps long, elle disparaît (avec la repousse des poils) ce qui ne perturbe pas la vie de l'animal sur le long terme;
   — elle permet une recapture visuelle c'est-à-dire par simple observation des animaux (et donc sans avoir à la recapturer physiquement)
2. Pour la capture 1, on peut estimer l'abondance à $\dfrac{1\,291 \times 1\,080}{391} \approx 3\,566$ individus, pour la capture 2, à $\dfrac{1\,291 \times 1\,224}{378} \approx 4\,180$ individus, pour la capture 3, à $\dfrac{1\,291 \times 1\,107}{363} \approx 3\,937$ individus et pour la capture 4, à $\dfrac{1\,291 \times 1\,233}{357} \approx 4459$individus.
3. L'abondance moyenne (estimée) est environ $\dfrac{3566 + 4180 + 3937 + 4459}{4} \approx 4036$.
4. On voit que les estimations diffèrent selon les captures en raison de la fluctuation d'échantillonnage (le résultat obtenu varie en fonction de l'échantillon). Réaliser plusieurs recaptures permet de faire une moyenne sur plusieurs estimations ce qui permet de lisser les écarts dus à la fluctuation d'échantillonnage.

III

1. **Population en 2003**.
   34 individus ont été capturés lors de la 1re session. On recapture 52 individus à la fin de la session de 2003, dont 26 ont été marqués lors de la 1re capture.
   L'effectif de la population est donc :
   $34 \times \dfrac{52}{26} = \boxed{68}$.
2. **Population en 2004** :
   28 individus ont été capturés lors de la 1re session. On recapture 60 individus à la fin de la session de 2003, dont 24 ont été marqués lors de la 1re capture.
   L'effectif de la population est donc :
   $28 \times \dfrac{60}{24} = \boxed{70}$.
3. Sur la période étudiée, on observe que la taille de la population augmente de 68 à 70.
   Cependant, cette augmentation est négligeable : $\dfrac{70-68}{68} \approx 0{,}0294 \approx \boxed{2{,}9\,\%}$.
   L'augmentation est d'environ 2,9 % de l'effectif total.

   De plus, ce suivi n'a été réalisé que sur 2 ans. Il faudrait voir si cette tendance se maintient à long terme.
4. La formule de l'intervalle de confiance (IC) pour un niveau de confiance de 95 % est
   $I = [f - \epsilon\ ;\ f + \epsilon]$, avec $f = 0{,}5$
   - Avec $\epsilon = \dfrac{1}{\sqrt{n}} = \dfrac{1}{\sqrt{200}} \approx \boxed{0{,}07}$, on trouve $IC \approx [0{,}43\ ;\ 0{,}57]$.
     On peut donc estimer avec un niveau de confiance de 95 % que la proportion de rats empoisonnés est de 50 % ± 7 %.
   - Avec $\epsilon = 1{,}96\sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n}} = 1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}5 \times 0{,}5}{200}} \approx \boxed{0{,}069 = 6{,}9\,\%}$.
     On peut donc estimer avec un niveau de confiance de 95 % que la proportion de rats empoisonnés est de $50 \pm 6{,}9\,\%$, soit :
     $IC = [43{,}1\,\%; 56{,}9\,\%]$.
5. On veut une incertitude de ±3 % au seuil de confiance de 95 %.
   - Avec $\epsilon = \sqrt{\dfrac{1}{\sqrt{n}}}$, on doit avoir : $\dfrac{1}{\sqrt{n}} = 0{,}03$ donc $\dfrac{1}{n} = 0{,}03^2 = 0{,}0009$ d'où
     $n = \dfrac{1}{0{,}0009} \approx 1112$.
     Il faudrait échantillonner au moins 1 112 individus pour avoir une incertitude de 3 %.
   - $\epsilon = 1{,}96\sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n}}$, on doit avoir $1{,}96\sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n}} = 0{,}03$ donc $1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}5 \times 0{,}5}{n}} = 0{,}03$.
     D'où : $1{,}96^2 \times \dfrac{0{,}5^2}{n} = 0{,}03^2$ qui donne
     $n = 1{,}96^2 \times \dfrac{0{,}5^2}{0{,}03^2} \approx 1067{,}1$.
     Il faudrait échantillonner au moins 1 068 individus pour avoir une incertitude de 3 %.