Exercices sur la loi binomiale

I

Enora lance quatre fois de suite une pièce de monnaie truquée, pour laquelle la probabilité d'avoir « face » est le double de celle d'obtenir « pile ».

On s'intéresse aux apparitions de la face « pile ».

1. Montrer que l'on peut associer à cette expérience un schéma de Bernoulli ;
2. Représenter l'expérience par un arbre pondéré.
3. Calculer la probabilité d'avoir exactement trois « pile ».
4. Quelle st la probabilité d'avoir quatre « face » ?

II

Une variable aléatoire Xsuit la loi binomiale $\mathscr{B}(n\ ;\ p)$. Calculer :

a) pour $n = 6$ et $p = 0,4$: $p(X = 3)$, $p(X = 0)$ et $p(X \leqslant 2)$

b) pour $n = 6$ et $p = 0,6$: $p(X = 6)$, $p(X \leqslant 2$ et $p(X > 1)$

III

On s'intéresse aux factures dans un garage.

À la fin d'un mois donné, on considère une liasse importante de factures .

On note E l'événement : « une facture prélevée au hasard dans cette liasse est erronée ».

On suppose que $p(E) = 0,03$.

On prélève au hasard 20 factures dans la liasse pour vérification. La liasse contient suffisamment de factures pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 2à factures. on considère la variable aléatoire X, qui à tout prélèvement ainsi défini, associe le nombre de factures erronées.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité qu'aucune de ces factures ne soit erronée.
3. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus deux factures soient erronées.