Correction de la feuille d'exercices

I

1. $p(X \leqslant 160) = 0,5 - p(160 \leqslant X \leqslant 200)$ donc $\boxed{p(X \leqslant 160) \approx 0,16}$.
   (on a utilisé $p(X \leqslant \mu) = 0,5 = p(X \geqslant \mu)$ où μ est l'espérance.
2. $p(X \geqslant 320) = 0,5 - p(200 \leqslant X \leqslant 320)$ donc $\boxed{p(X \geqslant 320) \approx 0,0013}$.
   Non la probabilité n'est pas supérieur à 0,01.

   On peut aussi utiliser directement la probabilité en calculant $p(-10^{99} \leqslant X \leqslant 160)$ et $p(320 \leqslant X \leqslant 10^{99})$.

II

La variable aléatoire R qui, à un composant prélevé au hasard dans la production, associe sa résistance, suit une loi normale $\mathscr{N}(200,5;3,5^2)$.

1. La probabilité p_1 de l'évènement « La résistance du composant est supérieure à 211 ohms » est

   $p_1 = P(R \geqslant 211) = 1 - P(R \leqslant 211) = 1 - 0,9987 = 0,0013$

   $p_1 \approx 0,0013$

2. La probabilité p_2 de l'évènement « La résistance du composant est comprise dans l'intervalle [195; 205] ohms » est
   $p_2 = P(195 \leqslant R \leqslant 205) = P(R \leqslant 205) - P(R \leqslant 195) = 0,9007 - 0,0580 = 0,8427$
   $p_2 \approx 84,27$
3. On effectue le prélèvement de trois composants dans la production de manière indépendante. La production journalière étant de 1 500 composants, ce prélèvement de 3 composants peut être assimilé à un tirage avec remise.
   Alors la variable aléatoire X, qui associe à ce prélèvement le nombre de composants acceptés, suit une loi binomiale $\mathscr{B}(3\ ;\ 0,84)$.
   La probabilité p qu'exactement deux des trois composants prélevés soient acceptés est

   $$p = P(X = 2) = \binom{3}{2} 0,84^2 (1 - 0,84)^{3-2}.$$

   $p \approx 33,87$

   Remarque : tous les résultats de cet exercice sont exacts et aucun arrondi n'est effectué.

III

Une entreprise agro-alimentaire cherche à lancer sur le marché un nouveau plat cuisiné pour lequel elle a deux recettes différentes que nous appellerons recette 1 et recette 2.

Afin de déterminer laquelle de ces deux recettes sera la plus appréciée elle organise une étude marketing auprès d'un panel de consommateurs.

45 % de ce panel goûte la recette 1 et le reste goûte la recette 2. Les testeurs ne savent pas quelle recette leur est présentée. Ils doivent indiquer s'ils ont aimé ou pas.

Une fois cette étude terminée il a été observé que :

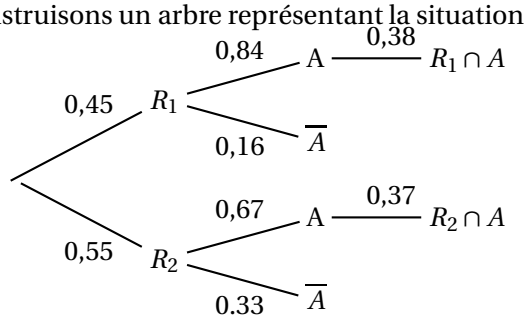
- 75 % des testeurs ont aimé ce qu'ils ont goûté
- 38 % des testeurs ont goûté la recette 1 et l'ont aimée.

On choisit un testeur au hasard. On admet que chaque testeur à la même probabilité d'être choisi.
On considère les événements suivants

- R_1 : « le testeur a goûté la recette 1 »
- R_2 : « le testeur a goûté la recette 2 »
- A : « le testeur a aimé »

On arrondira les résultats au centième si nécessaire.

Construisons un arbre représentant la situation



1. (a) $P(R_1) = 0,45$ car 45 % de ce panel goûte la recette 1.
   (b) $P(R_2) = 0,55$ car le reste goûte la recette 2.
   (c) $P(R_1 \cap A) = 0,38$ car 38 % des testeurs ont goûté la recette 1 et l'ont aimée.
   (d) $P(A) = 0,75$ car 75 % des testeurs ont aimé ce qu'ils ont goûté.
2. La probabilité que le testeur ait aimé sachant qu'il a goûté la recette 1 est notée $p_{R_1}(A)$.
   $P(R_1 \cap A) = P(R_1) \times P_{R_1}(A)$ $\quad 0,45 \times P_{R_1} = 0,38$. Nous en déduisons $P_{R_1}(A) = \dfrac{0,38}{0,45} \approx 0,84$.
3. (a) $P(R_2 \cap A) = P(A) - P(R_1 \cap A) = 0,75 - 0,38 = 0,37$.
   (b) $P(R_2) \times P_{R_2}(A) = P(R_2 \cap A)$. En remplaçant par leurs valeurs, $0,37 = 0,55 \times P_{R_2}(A)$ d'où
   $P_{R_2}(A) = \dfrac{0,37}{0,55} \approx 0,67$.
4. *Dans cette question toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   Au vu des résultats précédents et sachant que les coûts de production pour les deux recettes sont sensiblement les mêmes, que pouvez-vous en conclure quant au choix de recette que devrait faire l'entreprise ?

   La recette que devrait faire l'entreprise est la recette 1 puisque ceux qui ont goûté cette recette l'ont aimée à 84 % tandis que ceux qui ont goûté la recette 2 ne l'ont aimée qu'à 67 %.