

Exercices sur les suites arithmétiques et géométriques

A Suites arithmétiques

A.I

Parmi ces suites, lesquelles sont arithmétiques?

- a) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} + u_n = 1 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_n - u_{n-1} = 4 \end{cases}$

A.II

(u_n) est une suite arithmétique de raison r .

- On sait que $u_0 = 2$ et $r = -3$.
Calculer u_{10}, u_{20}, u_{100} .
- On sait que $u_0 = 2$ et $u_1 = 5$. Calculer r et u_2 et u_5 .
- Sachant que $u_{20} = -52$ et $u_{51} = -145$, calculer u_0 puis donner l'expression du terme général u_n .

A.III

Quels sont les triangles rectangles dont les trois côtés sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique.

A.IV

Albert place un capital initial $C_0 = 3000 \text{ €}$ à un taux annuel de 6 %, les intérêts étant simples, c'est-à-dire que le capital d'une année est égal à celui de l'année précédente augmenté de 6 % du capital **initial** (les intérêts ne sont pas capitalisés chaque année, comme ce serait le cas pour des intérêts composés).

On note C_n le capital d'Albert au bout de n années, capital exprimé en euros.

- Montrer que, pour tout entier n , $C_{n+1} = C_n + 180$. Qu'en déduit-on?
- Pour tout entier n , exprimer C_n en fonction de n .
- De quel capital Albert dispose-t-il au bout de 10 ans?
- Au bout de combien d'années le capital a-t-il doublé?
- Au bout de combien d'années le capital dépasse-t-il 10000 €?

A.V

- En reconnaissant la somme des termes d'une suite arithmétique, calculer

$$S_1 = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} + \dots + \frac{19}{3} + 7.$$

- Calculer $S_2 = 5 + 2 - 1 - 4 - 7 \dots - 34$.
- Calculer la somme des entiers multiples de 7 qui sont plus grands que 100 et plus petits que 1000.

B Suites géométriques

B.I

Parmi ces suites, lesquelles sont géométriques?

- a)
$$\begin{cases} u_0 = 7 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$$
- b)
$$\begin{cases} u_0 = 100 \\ u_{n+1} = u_n + \frac{3}{20}u_n \end{cases}$$

B.II

(u_n) est une suite géométrique de raison q .

- On sait que $u_0 = 32$ et $q = \frac{1}{4}$. Calculer u_2, u_3, u_5, u_8 .
- On sait que $u_1 = \frac{1}{125}$ et $q = 5$. Calculer u_0 et u_5 .
- On sait que $u_0 = 3$ et $u_2 = 3$.

B.III

Montrer que ces suites sont géométriques, et préciser leur raison et leur premier terme.

- a) $u_n = (-4)^{2n+1}$
- b) $v_n = 2^n \times \frac{1}{3^{n+1}}$
- c) $w_n = (-1)^n \times 2^{3n+1}$

B.IV

En reconnaissant la somme des termes d'une suite géométrique, calculer :

- $18 + 54 + 162 + \dots + 39\,366$
- $\frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots - \frac{1}{1\,048\,576}$
- $\sqrt{2} - 2 + 2\sqrt{2} \dots - 64 + 64\sqrt{2} - 128$
- $2^7 + 2^8 + 2^9 + \dots + 2^{21}$

B.V

On suppose que chaque année la production d'une usine subit une baisse de 4 %. Au cours de l'année 2000, la production a été de 25 000 unités.

On note $P_0 = 25\,000$ et P_n la production prévue au cours de l'année 2000 + n .

- Montrer que (P_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison.
- Calculer P_5 .
- Si la production descend au dessous de 15 000 unités, l'usine sera en faillite, quand cela risque-t-il d'arriver si la baisse de 4 % par an persiste? La réponse sera recherchée par expérimentation avec la calculatrice.

B.VI

La location annuelle initiale d'une maison se monte à 7 000 €. Le locataire s'engage à louer durant 7 années complètes. Le propriétaire lui propose deux contrats :

1. Contrat n° 1

Le locataire accepte chaque année une augmentation de 5 % du loyer de l'année précédente

- Si u_1 est le loyer initial de la 1^{ère} année, exprimer le loyer u_n de la n^e année en fonction de n
- Calculer le loyer de la 7^e année.
- Calculer la somme payée, au total, au bout de 7 années d'occupation.

2. Contrat n° 2

Le locataire accepte chaque année une augmentation forfaitaire de 400 €

- Si v_1 est le loyer initial de la 1^{re} année, exprimer le loyer v_n de la n^e année en fonction de n .
- Calculer le loyer de la 7^e année.
- Calculer la somme payée, au total, au bout de 7 années d'occupation

3. Conclure : quel contrat est le plus avantageux?