

TS spécialité : contrôle n° 1

I

Démontrer que la somme de deux nombres impairs consécutifs est divisible par 4.

II

Soient a, b, n trois nombres entiers naturels.

1. Montrer que si le produit ab est un diviseur de n , alors a et b sont des diviseurs de n .
2. Énoncer la réciproque ; est-elle vraie ?

III

Montrer que, quel que soit l'entier $n \geq 3$, le nombre $n^2 + 2n - 3$ n'est jamais premier.

IV

Déterminer les entiers relatifs n tels que $n - 4$ divise $3n + 24$.

V

Déterminer tous les entiers relatifs x et y tels que $x^2 - y^2 = 7$.

VI

Quels sont les entiers n tels que $n + 11$ soit un multiple de $n - 1$?

VII

On divise un entier naturel n par 137 et 143. les quotients sont égaux et les restes respectifs sont 131 et 5. Quel est cet entier naturel ?

VIII

n désigne un entier naturel tel que $n \geq 2$.

On effectue la division euclidienne de $3^n - 1$ par 3^{n-1} .

Quel est le quotient ? Exprimer alors le reste en fonction de n .

IX

Les divisions euclidiennes de l'entier naturel a par l'entier naturel b et celle de $(a+15)$ par $(b+5)$ ont même quotient q et même reste r .

Déterminer q .

X

1. Résoudre dans \mathbb{Z} l'équation $(x - 5)(y - 5) = 25$.
2. En déduire les solutions dans \mathbb{Z} de l'équation $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$.