Exercices sur les fluctuations et intervalles de confiance

I Intervalle de fluctuation

Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

Dans un groupe d'assurances, on s'intéresse aux sinistres susceptibles de survenir, une année donnée, aux véhicules de la flotte d'une très importante entreprise de logistique.

Dans cet exercice, sauf mention contraire, les résultats approchés sont à arrondir à 10^{-3}.

Loi binominale

On note E J'événement : « un conducteur tiré au hasard dans l'ensemble des conducteurs de l'entreprise n'a pas de sinistre pendant l'année considérée ».

On suppose que la probabilité de l'événement E est 0,6. On tire au hasard 15 conducteurs dans l'effectif des conducteurs de I'entreprise. Cet effectif est assez important , que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 15 conducteurs.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvemt de 15 conducteurs, associe le nombre de conducteurs n'tant pas de sinistre pendant l'année considérée.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale. Déterminer ses paramètres.
2. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, 10 conducteurs n'aient pas de sinistre pendant l'année considérée.

Loi normale

Dans ce qui suit. on s'intéresse au coût des sinistres survenus dans l'entreprise pendant l'année considérée ayant des dégâts matériels legers,

On considère la variable aléatoire C qui. à chaque sinistre tiré au hasard parmi les sinistres de cette catégorie, associe son coût en euros.

On suppose que C suit la loi normale de moyenne 1 200 et d'écart-type 200.

Calculer la probabilité qu'un sinistre tiré au hasard parmi les sinistres de ce type coûte entre 1 000 euros et 1 500 euros.

Intervalle de fluctuation d'une fréquence

Dans cette question, on étudie un grand nombre de versements effectués à la suite de blessures légères, conséquences de sinistres déclarés par l'entreprise,

On constate que 21 % de ces versements sont supérieurs à 9 000 euros.

Déterminer un intervalle de fluctuation, à au moins 95 %, de la fréqucnce des versements supérieurs à 9 000 € dans un échantillon de 51 sinistres du type considéré choisis au hasard.
Même question pour un pour un échantillon de 600 sinistres.

II Fluctuation et prise de décision

Un constructeur a mis au point un nouveau véhicule utilitaire. Le directeurdu projet déclare que 40 % des entreprises constituant le marché potentiel sont disposées à acheter ce véhivule 22 000 €.

La direction du consrtructeur fait procéder à une enquête auprès d'un échantillon de 156 entreprises prélevées au hasard et avec remise parmi les entreprises du marché .

1. On fait l'hypothèse que la proportion des entreprises du marché potentiel favorables à un tel achat est $p = 0,4$.

   Déterminer un intervalle de fluctuation, à au moins 95 %, de la fréquence des entreprises favorables à un tel achat dans un échantillon de 156 entreprises prélevé comme ci-dessus.
2. Énoncer une règle de décision permettant d'accepter ou de refuser, au seuil de 5 %, l'affirmation du directeur du du projet.
3. Appliquer la règle de décision au cas de l'échantillon prélevé pour la direction du constructeur, qui montre que seulement un tiers d'entre elles sont favorables à un tel achat.

III Intervalle de confiance d'une proportion

Les résultats approchés sont à arrondir a 10^{-2},

Une entreprise envisage l'achat d'une nouvelle photocoieuse . Elle décide de faire un prélèvement aléatoire de 100 copies pari toutes celles réalisées en une journée par cette nouvelle machine, afin d'estimer le pourcentage de copies défectueuses en une journée.

Ce prélèvement, qui peut être assimilé à un tirage avec remise, contient 12 copies défectueuses.

1. Calculer la fréquence f des copies défectueuses dans l'ensemble des copies réalisées pendant cette journée.
2. Déterminer un intervalle de confiance de la proportion p avec le coefficient de confiance 95 %.
3. On considère l'affirmation suivante : « la fréquence des copies défectueuses dans l'ensemble des copies réalisées ce jour appartient obligatoirement à l'intervalle obtenu à la question précédente ».

   Cette affirmation est-elle vraie ?Justifier la réponse.