TS1-TS2 : correction du devoir sur table commun n° 3

Exercice I : Amérique du sud novembre 215

Dans un pays de population constante égale à 120 millions, les habitants vivent soit en zone rurale, soit en ville. Les mouvements de population peuvent être modélisés de la façon suivante :

- en 2010, la population compte 90 millions de ruraux et 30 millions de citadins ;
- chaque année, 10 % des ruraux émigrent à la ville ;
- chaque année, 5 % des citadins émigrent en zone rurale.

Pour tout entier naturel n, on note :

- u_n la population en zone rurale, en l'année $2010+n$, exprimée en millions d'habitants ;
- v_n la population en ville, en l'année $2010+n$, exprimée en millions d'habitants.

On a donc $u_0 = 90$ et $v_0 = 30$.

Partie A

1. La population totale est constante et égale à 120 millions donc, pour tout entier naturel n, on peut dire que

$$\boxed{u_n + v_n = 120}.$$

0,25 pt

2. On utilise un tableur pour visualiser l'évolution des suites (u_n) et (v_n).
   Dans B3 on entre la formule `=0,9*B2+0,05*C2`.
   Dans C3 on entre la formule `=0,1*B2+0,95*C2`. 0,5 pt
   Rappel : une formule de tabelur commence par = ; la multiplication se note avec $\star$, la virgule des nombres décimaux est un point.
3. D'après les données du tableur, la suite (u_n) (donc le nombre de ruraux) semble **décroître** et **tendre vers 40 millions**, et la suite (v_n) (donc le nombre de citadins) semble **croître** et **tendre vers 80 millions**. 0,5 pt

Partie B

On admet dans cette partie que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,85u_n + 6$.

1. (a) Soit $\mathscr{P}_n$ la propriété $u_n > u_{n+1}$.
   Effectuons une démonstration parr écurrence :
   - $u_0 = 90$ et $u_1 = 0,85u_0 + 6 = 0,85 \times 90 + 6 = 82,5$ donc $u_0 > u_1$
     La propriété est vraie au rang 0.
   - On suppose la propriété vraie à un rang $p \geqslant 0$, c'est-à-dire $u_p > u_{p+1}$.
     $u_p > u_{p+1} \iff 0,85u_p > 0,85u_{p+1} \iff 0,85u_p + 6 > 0,85u_{p+1} + 6 \iff u_{p+1} > u_{p+2}$
     Donc la propriété est vraie au rang $p+1$; elle est **héréditaire**.
   - $\mathscr{P}_n$ est vraie au rang 0 et est héréditaire, donc, d'après l'axiome de récurrence, elle est vraie pour tout entier naturel n.

   Conclusion : Pour tout n, $u_n > u_{n+1}$ donc la suite (u_n) est **décroissante**. 0,5 pt

   (b) On admet que u_n est positif pour tout entier naturel n (se montrerait facilement par récurrence), donc la suite (u_n) est minorée par 0.
   Or, la suite était décroissante.
   Donc, d'après le t**héorème de la convergence monotone**, la suite (u_n) est **convergente.** 0,25 pt
2. On considère la suite (w_n), définie par : $w_n = u_n - 40$, pour tout $n \geqslant 0$, donc $u_n = w_n + 40$.
   (a) - $\forall n \in \mathbb{N}$, $w_{n+1} = u_{n+1} - 40 = 0,85u_n + 6 - 40 = 0,85(w_n + 40) - 34 = 0,85w_n + 34 - 34 = \boxed{0,85w_n}$

- $w_0 = u_0 - 40 = 90 - 40 = 50$

Donc la suite (w_n) est **géométrique** de raison $q = 0,85$ et de premier terme $w_0 = 50$. 0,5 pt

(b) D'après les propriétés des suites géométriques, pour tout n : $\boxed{w_n = w_0 \times q^n = 50 \times 0,85^n}$

Comme pour tout n, $u_n = w_n + 40$, on peut dire que $\boxed{u_n = 50 \times 0,85^n + 40}$ 0,5 pt

(c) Pour tout n, $\left.\begin{array}{l} u_n + v_n = 120 \\ u_n = 50 \times 0,85^n + 40 \end{array}\right\} \Longrightarrow \boxed{v_n = 80 - 50 \times 0,85^n}$ 0,25 pt

3. - Pour tout n, $w_n = 50 \times 0,85^n$ donc $\boxed{w_n > 0}$
   $w_{n+1} = 0,85 w_n < w_n$ et donc la suite (w_n) est **décroissante**.
   Comme pour tout n, $u_n = w_n + 40$, la suite (u_n) est **décroissante**.
   - (w_n) est géométrique de raison 0,85 ; or $-1 < 0,85 < 1$ donc la suite (w_n) converge vers 0. Comme pour tout n, $u_n = w_n + 40$, la suite (u_n) **converge** vers 40.
   - Pour tout n, $v_n = 120 - u_n$ et la suite (u_n) est décroissante, donc la suite (v_n) est **croissante**.
   - La suite (u_n) est convergente vers 40 et, pour tout n, $v_n = 120 - u_n$, donc la suite (v_n) est **convergente** vers $120 - 40 = \boxed{80}$. 0,25 pt

4. On considère l'algorithme suivant :

Entrée :	n et u sont des nombres
Initialisation :	n prend la valeur 0
	u prend la valeur 90
Traitement :	Tant que $u \geqslant 120 - u$ faire
	n prend la valeur $n+1$
	u prend la valeur $0,85 \times u + 6$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher n

(a) Dans cet algorithme, la variable u, initialisée à 90, représente le terme u_n, et $120 - u$ représente donc $\boxed{v_n}$.

On sort de la boucle « tant que » dès que $u < 120 - u$ c'est-à-dire dès que $u_n < v_n$; l'algorithme affiche donc $\boxed{\text{la plus petite valeur } n \text{ pour laquelle } u_n < v_n}$.

C'est la plus petite valeur de n pour laquelle le nombre de ruraux est devenu inférieur au nombre de citadins. 0,5 pt

(b) D'après le tableur, $u_5 > v_5$ et $u_6 < v_6$ donc $\boxed{\text{la valeur affichée sera 6}}$. 0,25 pt

Exercice II : Centres étrangers juin 2012

1. La droite (IJ) passe par $I\left(1\,;\frac{1}{3}\,;\,0\right)$, et elle est dirigée par $\vec{IJ}\begin{pmatrix}1\\ \frac{1}{3}\\ 1\end{pmatrix}$.

   Une représentation paramétrique de cette droite est $\left\{\begin{array}{l} x = 1 - 1 \times t \\ y = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times t \\ z = 0 + 1 \times t \end{array}\right.$, $t \in \mathbb{R}$, soit $\boxed{\left\{\begin{array}{l} x = 1 - t \\ y = \frac{1}{3} + \frac{t}{3} \\ z = t \end{array}\right., t \in \mathbb{R}}$ 0,5 pt

2. La droite qui a pour représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{l} x = \frac{3}{4} + t'\left(a - \frac{3}{4}\right) \\ y = t' \\ z = 1 - t' \end{array}\right.$, $t' \in \mathbb{R}$, passe par le point de coordonnées $\left(\frac{3}{4}\,;\,0\,;\,1\right)$, c'est-à-dire K ; le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} a - \frac{3}{4} \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ en est un vecteur directeur. Or

$\vec{KL}\begin{pmatrix} a-\frac{3}{4} \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. C'est donc bien une représentation paramétrique de (KL). 0,5 pt

3. ⚠ Il ne suffit pas de montrer que droites ne sont pas parallèles car elles pourraient ne pas être coplanaires ! Les droites (IJ) et (KL) sont sécantes si, et seulement si, le système suivant admet une solution pour (t, t').

$$\begin{cases} x=1-t \\ y=\frac{1}{3}+\frac{t}{3} \\ z=t \\ x=\frac{3}{4}+t'\left(a-\frac{3}{4}\right) \\ y=t' \\ z=1-t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1-t \\ y=\frac{1}{3}+\frac{t}{3} \\ z=t \\ 1-t=\frac{3}{4}+t'\left(a-\frac{3}{4}\right) \\ \frac{1}{3}+\frac{t}{3}=t' \\ t=1-t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1-t \\ y=\frac{1}{3}+\frac{t}{3} \\ z=t \\ 1-(1-t')=\frac{3}{4}+t'\left(a-\frac{3}{4}\right) \\ \frac{1}{3}+\frac{1-t'}{3}=t' \\ t=1-t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1-t \\ y=\frac{1}{3}+\frac{t}{3} \\ z=t \\ t'=\frac{3}{4}+t'\left(a-\frac{3}{4}\right) \\ \frac{1}{3}+\frac{1-t'}{3}=t' \\ t=1-t' \end{cases}$$

On obtient finalement $\begin{cases} x=1-t \\ y=\frac{1}{3}+\frac{t}{3} \\ z=t \\ \frac{1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\times\left(a-\frac{3}{4}\right) \\ t'=\frac{1}{2} \\ t=1-t' \end{cases}$ qui a une solution si, et seulement si, $\frac{1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\times\left(a-\frac{3}{4}\right)$

$\Leftrightarrow \boxed{a=\frac{1}{4}}$.

Remarque : *Au passage,on a trouvé les coordonnées du point d'intersection des deux droites* $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$. *On a* $t=t'=\frac{1}{2}$ *et on reporte pour avoir* x, y, z. 1 pt

Partie B

1. D'après la question précédente, dans ce cas, les diagonales (IJ) et (KL) du quadrilatère $IKJL$ sont sécantes en un point Ω. On vérifie que $\boxed{\Omega\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)}$ est bien le milieu de $[IJ]$ et $[KL]$.

   Rappel de la formule : le milieu de $[IJ]$ *a pour coordonnées* $\left(\frac{x_I+x_J}{2}, \frac{y_I+y_J}{2}, \frac{z_I+z_J}{2}\right)$.

   On vérifie sans problème que l'on a bien $\left(\frac{x_I+x_J}{2}, \frac{y_I+y_J}{2}, \frac{z_I+z_J}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ et aussi $\left(\frac{x_K+x_L}{2}, \frac{y_K+y_L}{2}, \frac{z_K+z_L}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

   Les diagonales du quadrilatère $IKJL$ se coupent en leur milieu, c'est donc un **parallélogramme**.

   On pouvait aussi montrer *que* $\vec{IK}$ *et* $\vec{LJ}$ *ont les mêmes coordonnées, car l'égalité de deux vecteurs caractérise un parallélogramme* 0,5 pt

2. (a) Le vecteur $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (IJK) si, et seulement si,, il est orthogonal à deux vecteurs directeurs **non colinéaires** de ce plan.

   Comme I, J, K définissent ce plan, ils sont non alignés et les vecteurs $\vec{IJ}$ et $\vec{IK}$ ne sont pas colinéaires.

   Le repère étant orthonormé, on peut utiliser l'expression analytique du produit scalaire.

   $\vec{IJ}\begin{pmatrix} -1 \\ \frac{1}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$ et donc $\vec{IJ}\bullet\vec{n}=-1\times 8+\frac{1}{3}\times 9+1\times 5=0$.

   Les vecteurs $\vec{IJ}$ et $\vec{n}$ sont bien **orthogonaux**.

De même : $\vec{KL}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\1\\-1\end{pmatrix}$ et donc $\vec{KL}\bullet\vec{n}=-\frac{1}{2}\times 8+1\times 9-1\times 5=0$.

$\vec{n}$ est bien orthogonal à deux vecteurs non colinéaire de (IJK), il est bien **normal** à ce plan. 0,5 pt

(b) Le plan (IJK) a donc une équation cartésienne de la forme $8(x-x_I)+9(y-y_I)+5(z-z_I)=0 \Leftrightarrow$ $8(x-1)+9\left(y-\frac{1}{3}\right)+5z=0 \Leftrightarrow \boxed{8x-9y+5z-11=0}$ 0,5 pt

(c) M a pour coordonnées M(1 ; ; z). Comme M appartient au plan (IJK), on remplace dans l'équation trouvée la question précédente.

On en déduit : $8+5z-11=0 \Leftrightarrow 5z-3=0 \Leftrightarrow z=\frac{3}{5}$ donc $\boxed{\mathrm{M}\left(1\,;\,0\,;\,\frac{3}{5}\right)}$

De même, N a pour coordonnées N$(0\,;\,1\,;\,z)$.

On remplace de même dans l'équation du plan (IJK) triplée dans la question précédente :

$9+5z-11=0 \Leftrightarrow z=\frac{2}{5}$ donc $\boxed{\mathrm{N}\left(0\,;\,1\,;\,\frac{2}{5}\right)}$

1 pt

Exercice III

On considère la fonction fdéfinie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{x^3-4}{x^2+1}$. et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal (unité :1 cm),

1. **Etude d'une fonction auxiliaire**

On pose $g(x)=x^3+3x+8$.

(a) g est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme polynôme.

Pour tout $x\in\mathbb{R}$, $g'(x)=3x^2+3=3\left(x^2+1\right)>0$ donc g est **croissante**.

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty$ donc $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty}$ (par somme des limites).

De même, $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$ donc $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty}$). (par somme de limites

g est **continue** (polynôme), $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$;

d'après le t**héorème des valeurs intermédiaires**, l'équation $g(x)=0$ admet une solution.

Comme g est croissante, celle-ci est unique ; notons-la α.

À la calculatrice, on trouve $\boxed{-1{,}6<\alpha<-1{,}5}$ 1 pt

(b) Signe de $g(x)$: $g(x)<0$ pour $x<\alpha$, $g(\alpha)=0$ et $g(x)>0$ pour $x>\alpha$.

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

0,25 pt

2. (a) $f(x)=\frac{x^3-4}{x^2+1}$ donc $f=\frac{u}{v}$ avec $\begin{cases}u(x)=x^3-4\\ v(x)=x^2+/1\end{cases}$.

On a $\begin{cases}u'(x)=3x^2\\ v'(x)=2x\end{cases}$

$f'=\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$ donc :

$f'(x)=\frac{3x^2\left(x^2+1\right)-2x\left(x^3-4\right)}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{3x^4+3x^2-2x^4+8x}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{x^4+3x^2+8x}{\left(x^2+1\right)^2}=\boxed{\frac{xg(x)}{\left(x^2+1\right)^2}}$ 0,75 pt

(b) Pour les limites à l'infini de $f(x)$, nous avons des formes indéterminées.

$\forall x\neq 0,\ f(x)=\frac{x^3\left(1-\frac{4}{x^3}\right)}{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}=x\times\frac{1-\frac{4}{x^3}}{1+\frac{1}{x^2}}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(1-\dfrac{4}{x^3}\right)=1$ et $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)=1$ donc :'

$\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty}$ et $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty}$.

Tableau de variation :

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
x		$-$	|	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

0,75 pt

3. (a) $\forall x\in\mathbb{R}$, $ax+b+\dfrac{cx+d}{x^2+1}=\dfrac{(ax+b)\left(x^2+1\right)+cx+d}{x^2+1}=\dfrac{ax^3+bx^2+(a+c)x+b+d}{x^2+1}$ et l'on veut que ce soit $f(x)$.

   On identifie les coefficients :
   $$\begin{cases} a=1\\ b=0\\ a+c=0\\ b+d=-4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1\\ b=0\\ c=-1\\ d=-4\end{cases}.$$

   On en déduit : $f(x)=x+\dfrac{-x-4}{x^2+1}$ donc $\boxed{f(x)=x-\dfrac{x+4}{x^2+1}}$ 0,5 pt

   (b) $\forall x\in\mathbb{R}$, $\boxed{f(x)-x=-\dfrac{x+4}{x^2+1}}$.

   $\forall x\neq 0$, $\dfrac{x+4}{x^2+1}=\dfrac{x\left(1+\frac{4}{x}\right)}{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}=\dfrac{1+\frac{4}{x}}{x\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}$.

   $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(1+\dfrac{4}{x}\right)=1$ et $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)=1$ donc $\boxed{\lim\limits_{x\to\pm\infty}[f(x)-x]=0}$ 1 pt

   (c) Puique $\lim\limits_{x\to\pm\infty\infty}[f()-x]=0$ la droite Δ d'équation $y=x$ est **asymptote** à $\mathscr{C}_f$ au voisinage de $)-\infty$ et de $+\infty$.

   $f(x)-x$ est du signe de $-(x+4)$ donc positif pour $x<-4$ et négatif pour $x>4$ et s'annule pour $x=4$, donc Δ et $\mathscr{C}f$ se rencontrent au point A d'abscisse -4.

   $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de Δ pour $x\leqslant -4$ et en dessous pour $x\geqslant -4$. 1 pt

4. $\mathscr{C}$ admet une tangente parallèle à Δ si, et seulement si, $f'(x)=1$ (mêmes coefficients directeurs).

   $f'(x)=1 \Leftrightarrow x^4+3x^2+8x=\left(x^2+1\right)^2 \Leftrightarrow x^4+3x^2+8x=x^4+2x^2+1 \Leftrightarrow x^2+8x-1=0$.

   $\Delta=68>0$; il y a deux solutions :

   $x_1=\dfrac{-8-\sqrt{68}}{2}=\dfrac{-8-2\sqrt{17}}{2}=\boxed{-4-\sqrt{17}}$ et $x-2=\boxed{-4+\sqrt{17}}$ 0,5 pt

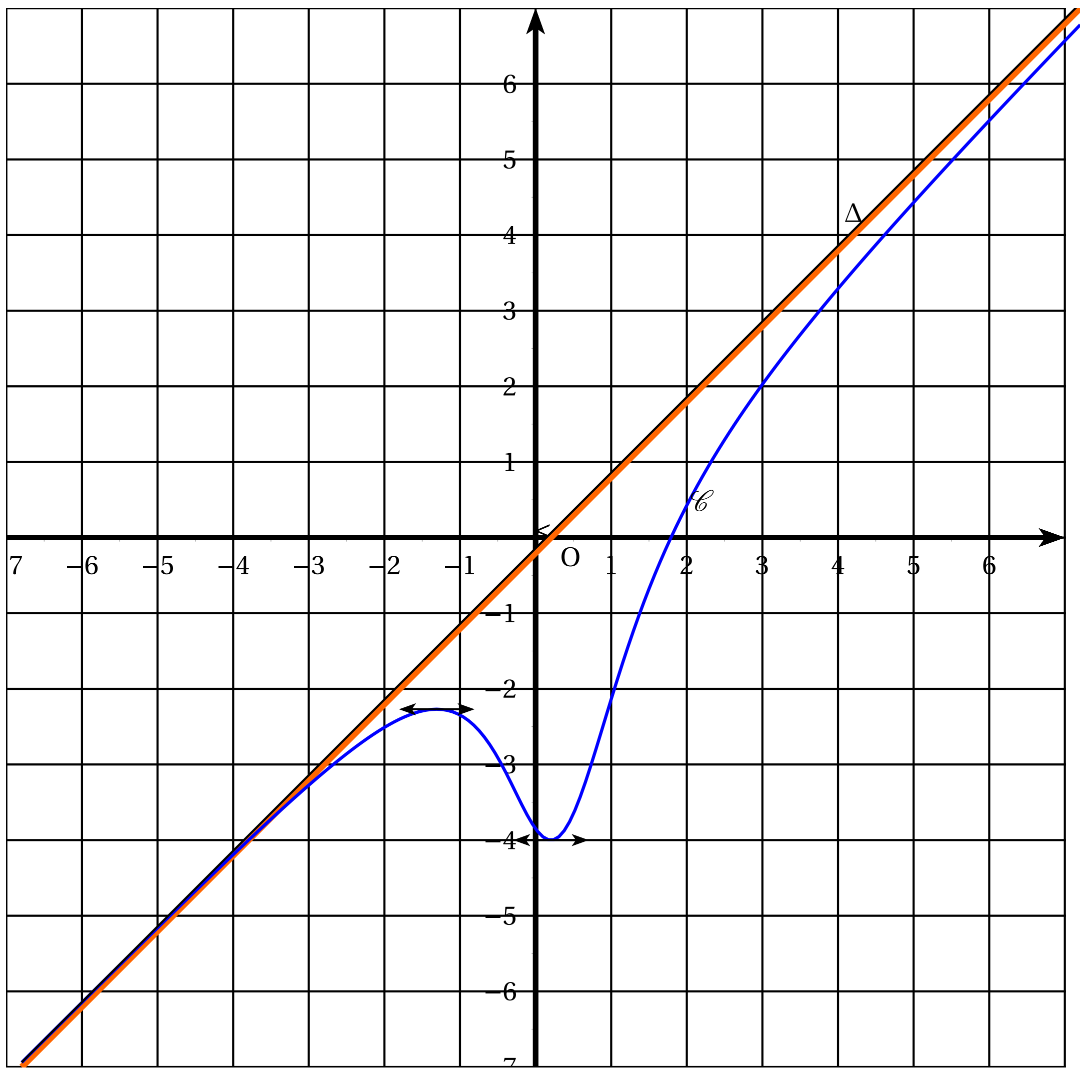
5. On sait que $\alpha^3+3\alpha+8=0$ donc $\alpha^3=-3\alpha-8$.

   $f(\alpha)=\dfrac{\alpha^3-4}{\alpha^2+1}=\dfrac{-3\alpha-8-4}{\alpha^2+1}=\dfrac{-3\alpha-12}{\alpha^2+1}=\dfrac{\alpha(-3\alpha-12)}{\alpha\alpha^2+1}=\dfrac{-3\alpha(\alpha+4)}{\alpha^3+\alpha}=\dfrac{-3\alpha(\alpha+4)}{-3\alpha-8+\alpha}=\dfrac{-3\alpha(\alpha 4)}{-2\alpha-8}=\dfrac{-3\alpha(\alpha+4)}{-2(\alpha+4)}=\boxed{\dfrac{3}{2}\alpha}$.

   On a bien $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$.

   $-1,6<\alpha<-1,5$ donc $-2,4<f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha<-2,25$ (en fait $f(\alpha)\approx -2,2691179899$) 0,75 pt

   Voilà la courbe et son asymptote (qui n'étaient pas demandées)



Exercice IV : Amérique du sud novembre 2015

À traiter par les élèves ne suivant pas l'enseignement de spécialité.

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.
L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\,;\,\overrightarrow{k}\right)$.
Les points A, B, C sont définis par leurs coordonnées : A$(3\,;\,-1\,;\,4)$, B$(-1\,;\,2\,;\,-3)$, C$(4\,;\,-1\,;\,2)$.
Le plan $\mathscr{P}$ a pour équation cartésienne : $2x-3y+2z-7=0$.
La droite Δ a pour représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{rcr} x &=& -1+4t\\ y &=& 4-t\\ z &=& -8+2t\end{array}\right.$, $t\in\mathbb{R}$.

Affirmation 1 : Les droites Δ et (AC) sont orthogonales.

En détaillant son écriture paramétrique, on peut dire que la droite Δ a pour vecteur directeur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}4\\-1\\2)\end{pmatrix}$.

La droite (AC) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\0\\,-2)\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{v}.\overrightarrow{AC}=4\times1+(-1)\times0+2\times(-2)=0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux ; on peut en déduire que les droites Δ et (AC) sont orthogonales.

L'affirmation 1 est vraie 1,25 pt

Affirmation 2 : Les points A, B et C déterminent un plan et ce plan a pour équation cartésienne $2x+5y+z-5=0$.

- Les points A, B et C déterminent un plan si et seulement s'ils ne sont pas alignés.

  $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}-4\\-7\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}1\\,0\\-2\end{pmatrix}$.

  Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires donc les points A, B et C ne sont pas alignes ; ils déterminent donc le plan (ABC).

- Le plan (ABC) a pour équation $2x+5y+z-5=0$ si les coordonnées des trois points A, B et C vérifient cette équation.
  - $2x_A+5y_A+z_A-5=2\times3+5\times(-1)+4-5=0$
  - $2x_B+5y_B+z_B-5=2\times(-1)+5\times2+(-3)-5=0$
  - $2x_C+5y_C+z_C-5=2\times4+5\times(-1)+2-5=0$

Les coordonnées des trois points vérifient l'équation du plan donc ces points appartiennent au plan.
Le plan (ABC) a pour équation $2x+5y+z-5=0$.
L'affirmation 2 est vraie 1,25 pt

Affirmation 3 : Tous les points dont les coordonnées $(x\,;\,y\,;\,z)$ sont données par

$$\left\{\begin{array}{lcl} x &=& 1+\ \ s-2s' \\ y &=& 1-2s+\ \ s' \\ z &=& 1-4s+2s' \end{array}\right.,\ s\in\mathbb{R},\ s'\in\mathbb{R}$$ appartiennent au plan $\mathscr{P}$.

Soient s et s' deux réels et M le point de coordonnées $(1+s-2s'\,;\,1-2s+s'\,;\,1-4s+2s')$.
Le plan $\mathscr{P}$ a pour équation $2x-3y+2z-7=0$.

$$\begin{aligned} 2x_M-3y_M+2z_M-7 &= 2(1+s-2s')-3(1-2s+s')+2(1-4s+2s')-7 \\ &= 2+2s-4s'-3+6s-3s'+2-8s+4s'-7=-6-3s' \end{aligned}$$

n'est pas égal à 0 pour tout s'.
L'affirmation 3 est fausse 1,25 pt

Affirmation 4 : Il existe un plan parallèle au plan $\mathscr{P}$ qui contient la droite Δ.

Il existe un plan parallèle au plan $\mathscr{P}$ qui contient la droite Δ si et seulement si la droite Δ est parallèle au plan $\mathscr{P}$.
La droite Δ a pour vecteur directeur $\vec{v}\,(4\,;-1\,;2)$. Le plan $\mathscr{P}$ a pour vecteur normal $\vec{n}\,(2\,;-3\,;2)$.
La droite Δ est parallèle au plan $\mathscr{P}$ si et seulement si les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux.
$\vec{v}\,.\,\vec{n}=4\times2+(-1)\times(-3)+2\times2=15\neq0$ donc les deux vecteurs ne sont pas orthogonaux ce qui prouve que la droite Δ n'est pas parallèle au plan $\mathscr{P}$.
L'affirmation 4 est fausse 1,25 pt