# TS1-TS2-TS3 : contrôle commun n° 1 (3 heures)

## I (0,5 point)

Soit $(u_n)$ la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n - 4n + 6 \end{cases}$.

Calculer le terme $u_4$.

## II (1,5 point)

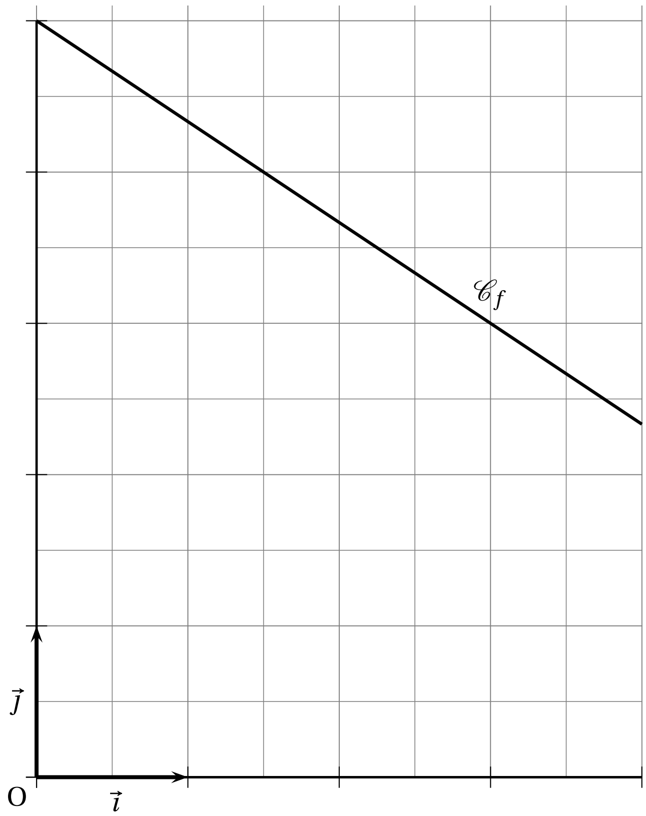
Déterminer le sens de variation des suites $(u_n)$ suivantes définies par :

1. $u_n = n^2 - 9n + 20$
2. $u_n = \dfrac{n}{n+1}$
3. $u_{n+1} = u_n + u_n^2 + 1$

## III (1 point)

Soit $(u_n)$ la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = -\dfrac{2}{3}u_n + 5 \end{cases}$.

1. Quelle est l'expression de la fonction $f$ telle que, pour tout $n$ appartenant à $\mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$ ?
2. La courbe représentative de la fonction $f$ est donnée dans le repère ci-dessous.
   Représenter graphiquement sur le graphique les cinq premiers termes de la suite.




## IV (2 points)

Calculer les sommes suivantes :

1. $U = 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$
2. $S = 300\left(1 + 1,1 + 1,1^2 + 1,1^3 + \cdots + 1,1^{19}\right)$ (arrondir à l'entier le plus proche).

## V (2 points)

$(u_n)$ est une suite arithmétique, de premier terme $u_0$ et de raison $r$.
On sait que $u_1 + u_7 = 36$ et $u_4 + u_5 = 41$.
Quelles sont les valeurs de $u_0$ et de $r$ ?

## VI (5,5 points)

Depuis qu'il est à la retraite, un homme tond sa pelouse tous les samedis. Il recueille chaque fois 120 litres de gazon qu'il entrepose dans un bac à compost de 300 litres. Chaque semaine, les matières entreposées perdent, par décomposition ou prélèvement, les trois quarts de leur volume. Soient $V_1$, $V_2$, $V_3$ les volumes en litres entreposés respectivement les premier, deuxième et troisième samedis après la tonte.
De façon générale soit $V_n$ le volume entreposé le $n^{\text{ième}}$ samedi après la tonte.

1. Montrer que $V_1 = 120$ ; $V_2 = 150$ ; $V_3 = 157,5$.
2. Calculer les volumes $V_4$ ; $V_5$ et $V_6$, exprimés en litres, entreposés respectivement les quatrième, cinquième et sixième samedis après la tonte.
3. Exprimer $V_{n+1}$ en fonction de $V_n$.
4. Pour tout $n \geqslant 1$, on pose : $t_n = 160 - V_n$.
   (a) Montrer que $(t_n)$ est la suite géométrique de premier terme $t_1 = 40$ et de raison $q = \frac{1}{4}$..
   (b) En déduire les expressions de $t_n$ puis de $V_n$ en fonction de $n$.

## VII (3 points)

Soit $f$ la fonction définie par $f(x) = \dfrac{2x^2 - x - 5}{x - 2}$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O ; \vec{i} ; \vec{j}\right)$.

1. Quel est l'ensemble de définition de $f$ ?
2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
3. Étudier le signe de $f(x)$ ; en déduire la position relative de la courbe par rapport à l'axe des abscisses.
4. Étudier les variations de $f$.
5. (a) Quel est le coefficient directeur de la tangente au point de la courbe d'abscisse 0 ?
   (b) Donner l'équation de cette tangente.

## VIII (1,25 point)

La loi de probabilité ci-dessous donne le gain possible à une loterie sans tenir compte du prix du billet :

| Gain (en €) | 0 | 5 | 10 | 100 | 500 |
|---|---|---|---|---|---|
| Probabilité | 0,6 | 0,2 | 0,1 | 0,075 | 0,025 |

On appelle $G$ la variable aléatoire égale au gain du joueur.

1. L'événement « Le joueur gagne 5 € » est noté $(G = 5)$.
   Comment peut-on noter l'événement « Le joueur gagne au moins 5 € » ?
   Calculer sa probabilité.
2. L'organisateur prévoit de fixer le prix du billet à 15 €.
   On note $X$ la variable aléatoire donnant le gain du joueur **en tenant compte du prix du billet**.
   (a) Déterminer les valeurs prises par X puis compléter le tableau suivant

| Gain $X$ (en € | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Probabilité | 0,6 | 0,2 | 0,1 | 0,075 | 0,025 |

   (b) Calculer l'espérance de X. Interpréter ce résultat

## IX (3,25 points)

Une entreprise possède 50 ordinateurs. La probabilité qu'un ordinateur tombe en panne est de 0,01.
On suppose que le fonctionnement d'un ordinateur est indépendant des autres.
On note $X$ la variable aléatoire donnant le nombre d'ordinateurs en panne parmi les 50 disponibles.

1. Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire $X$ ?
2. Calculer la probabilité qu'aucun ordinateur ne tombe en panne.
3. Calculer la probabilité de l'événement E : « au moins un ordinateur est en panne ».
4. Calculer la probabilité que 5 ordinateurs soient en panne.
5. (a) Que signifie $p(X = 3)$ ?
   Calculer ensuite $p(X = 3)$.
   (b) Calculer $p(X \leqslant 3)$. Interpréter ce résultat.
   (c) Calculer l'espérance $E(X)$. Interpréter ce résultat.