Nombres complexes : TD nº 1

I

Soient les deux nombres complexes $z_1 = 1-4\mathrm{i}$ et $z_2 = 1+\mathrm{i}$.
Donner la forme algébrique de $z_1 z_2$, $\dfrac{z_2}{z_1}$, $z_2 - z_1$ et $\dfrac{1}{z_1} - \dfrac{1}{z_2}$.

II

1. Soit a et b deux réels quelconques.

   Montrer que $(a+\mathrm{i}b)^2 = a^2 - b^2 + 2\mathrm{i}ab$.
2. Calculer $(1+\mathrm{i})^2$, $(1+\mathrm{i})^3$ et $(1+\mathrm{i})^4$.
3. En déduire la valeur de $(1+\mathrm{i})^n$ pour n entier naturel.
4. On pose $j = -\dfrac{1}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
   (a) Calculer j^2 puis j^3.
   (b) En déduire j^n selon les valeurs de n.
5. Trouver (astucieusement) la forme algébrique de $\dfrac{1}{j}$.
6. Donner(avec un minimum de calculs) la valeur de $1 + j + j^2$

III

Résoudre les équations suivantes et écrire les solutions sous forme algébrique :

a) $\mathrm{i}z - 1 = 7\mathrm{i}$

b) $z = 3 + \mathrm{i}z$

c) $5\mathrm{i} - z = 3\mathrm{i}z + 1$

d) $2\mathrm{i} + 3z = (1+\mathrm{i})z + 1$

Nombres complexes : TD nº 1

I

Soient les deux nombres complexes $z_1 = 1-4\mathrm{i}$ et $z_2 = 1+\mathrm{i}$.
Donner la forme algébrique de $z_1 z_2$, $\dfrac{z_2}{z_1}$, $z_2 - z_1$ et $\dfrac{1}{z_1} - \dfrac{1}{z_2}$.

II

1. Soit a et b deux réels quelconques.

   Montrer que $(a+\mathrm{i}b)^2 = a^2 - b^2 + 2\mathrm{i}ab$.
2. Calculer $(1+\mathrm{i})^2$, $(1+\mathrm{i})^3$ et $(1+\mathrm{i})^4$.
3. En déduire la valeur de $(1+\mathrm{i})^n$ pour n entier naturel.
4. On pose $j = -\dfrac{1}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
   (a) Calculer j^2 puis j^3.
   (b) En déduire j^n selon les valeurs de n.
5. Trouver (astucieusement) la forme algébrique de $\dfrac{1}{j}$.
6. Donner(avec un minimum de calculs) la valeur de $1 + j + j^2$

III

Résoudre les équations suivantes et écrire les solutions sous forme algébrique :

a) $\mathrm{i}z - 1 = 7\mathrm{i}$

b) $z = 3 + \mathrm{i}z$

c) $5\mathrm{i} - z = 3\mathrm{i}z + 1$

d) $2\mathrm{i} + 3z = (1+\mathrm{i})z + 1$