

Exercices sur les variables aléatoires

I

Un sac contient des billes dorées et argentées. On tire successivement et avec remise, trois billes de ce sac. X est la variable aléatoire qui compte le nombre de billes dorées obtenues.

Écrire en notation mathématique l'événement :

1. On obtient une seule bille dorée.
2. On obtient au moins deux billes dorées.

II

Une association sportive organise une loterie. Parmi les 1 000 billes vendus :

- un billet rapporte un gain de 100 €.
- dix billets rapportent chacun un gain de 50 €.
- cent billets rapportent chacun un gain de 10 €.

Le prix du billet est vendu 2 €.

La variable aléatoire G associe à chaque billet choisi au hasard le gain algébrique de l'acheteur.

- a) Quelles sont les valeurs prises par G ?
- b) Calculer $P(G = -2)$.
- c) Déterminer la loi de probabilité de G .

III

Calculer mentalement l'espérance $E(X)$ de la variable aléatoire donnée par le tableau suivant :

a	1	2
$P(X = a)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

IV

Afin de fidéliser sa clientèle, un commerçant décide de distribuer, au hasard, 200 bons de réduction à ses clients : 50 bons de 2 €, 50 bons de 5 €, 70 bons de 10 € et 10 bons de 50 €.

On tire au hasard un bon parmi les 200.

1. Déterminer la loi de probabilité de X .
2. Calculer et interpréter l'espérance de X .

V

Voici les règles d'un jeu de hasard.
Le joueur mise 3 € puis lance un dé équilibré à 6 faces.

- S'il obtient un chiffre pair, le joueur reçoit, en euros, le double du chiffre obtenu.

- S'il obtient 1 ou 3, le joueur reçoit 1 €.
- Sinon, il ne reçoit rien.

X est le gain algébrique du joueur.

1. Quelles sont les valeurs prises par X ?
2. Déterminer la loi de probabilité de X .
3. Calculer puis interpréter son espérance.

VI

Un commerçant spécialisé en photographie numérique propose en promotion un modèle d'appareil photo numérique et un modèle de carte mémoire compatible avec cet appareil.

Il a constaté, lors d'une précédente promotion, que :

- 20 % des clients achètent l'appareil photo en promotion.
- 70 % de clients qui achètent l'appareil photo en promotion achètent la carte mémoire en promotion.
- 60 % des clients n'achètent ni l'appareil photo en promotion ni la carte mémoire en promotion.

On suppose qu'un client achète au plus un appareil photo en promotion et au plus une carte mémoire en promotion.

1. Un client entre dans le magasin.
On note A l'événement « le client achète l'appareil photo en promotion ».
On note C l'événement « le client achète la carte mémoire en promotion ».

- (a) Donner les probabilités $p(\overline{A})$ et $p(\overline{A} \cap \overline{C})$.
- (b) Le client n'achète pas l'appareil photo en promotion. Calculer la probabilité qu'il n'achète pas non plus la carte mémoire en promotion.

2. Construire un arbre pondéré représentant la situation.
3. Le commerçant ait un bénéfice de 30 € sur chaque appareil photo en promotion et un bénéfice de 4 € sur chaque carte mémoire en promotion.

- (a) Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité du bénéfice X par client.

x_i	0			
$p(X = x_i)$	0,6			

- (b) Pour 100 clients entrant dans son magasin, quel bénéfice le commerçant peut-il espérer tirer de sa promotion?