Correction du baccalauréat blanc (février 2020)

I (5 points)

Sur 300 personnes, 225 utilisent l'escalier; $p\left(\overline{\mathrm{E}}\right) = \dfrac{225}{300} = \boxed{\dfrac{3}{4}}$. D'où

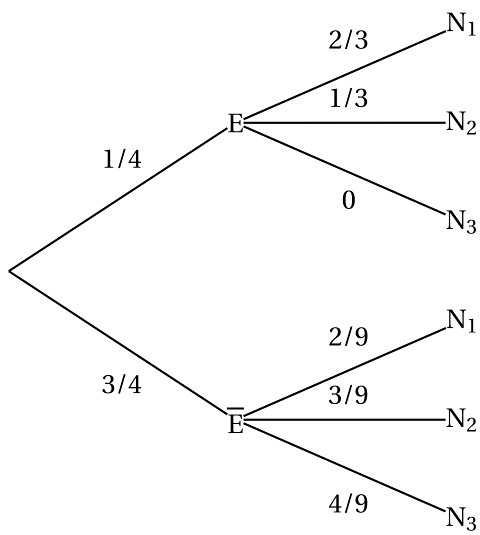
$p(\mathrm{E}) = 1 - p\left(\overline{\mathrm{E}}\right) = \boxed{\dfrac{1}{4}}$.

Sur les 225 personnes empruntant l'ascenseur la répartition 50, 75, 100 suivant les étages conduit à :

$$\boxed{p_{\overline{\mathrm{E}}}(\mathrm{N}_1) = \frac{50}{225} = \frac{2}{9}},\quad \boxed{p_{\overline{\mathrm{E}}}(\mathrm{N}_2) = \frac{75}{225} = \frac{3}{9}},\quad \boxed{p_{\overline{\mathrm{E}}}(\mathrm{N}_3) = \frac{100}{225} = \frac{4}{9}}$$

Sur les 75 personnes empruntant l'escalier, on obtient de même :

$$\boxed{p_{\mathrm{E}}(\mathrm{N}_1) = \frac{1}{3}},\quad \boxed{p_{\mathrm{E}}(\mathrm{N}_2) = \frac{2}{3}},\quad \boxed{p_{\mathrm{E}}(\mathrm{N}_3) = 0}$$



1. On a $p(\mathrm{E} \cap \mathrm{N}_2) = p(\mathrm{E}) \times p_{\mathrm{E}}(\mathrm{N}_2) = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{1}{3} = \boxed{\dfrac{1}{12}}$.

2. $p(N_1) = p(N_1 \cap E) + p\left(N_1 \cap \overline{E}\right) = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{4} + \dfrac{2}{9} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{6} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.

   $p(N_2) = p(N_2 \cap E) + p\left(N_2 \cap \overline{E}\right) = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{3} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{12} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$.

   $p(N_3) = 1 - \left[\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{3}\right) = \boxed{\dfrac{1}{3}}$.

   Les évènements N_1, N_2, N_3 sont bien équiprobables.

   (a) Il faut trouver : $p_{\mathrm{N}_2}(\mathrm{E}) = \dfrac{p(\mathrm{E} \cap \mathrm{N}_2)}{p(\mathrm{N}_2)} = \dfrac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{3}} = \boxed{\dfrac{1}{4}}$.

3. (a) Une personne prise au hasard a une probabilité d'aller au 2e étage égale à $p(\mathrm{N}_2) = \dfrac{1}{3}$.

   On a répétition de 20 épreuves identiques indépendantes les unes des autres à due issues, donc la variable aléatoire X suit une **loi binomiale** de paramètres $n = 20$ et $p = \dfrac{1}{3}$.

   $\boxed{X \hookrightarrow \mathscr{B}\left(20\,;\,\dfrac{1}{3}\right)}$.

(b) On a donc :

$$p(X=5)=\binom{20}{5}\times\left(\frac{1}{3}\right)^5\times\left(1-\frac{1}{3}\right)^{20-5}=15\,504\times\frac{2^{15}}{3^{20}}\approx\boxed{0{,}1457}.$$

Remarque : on peut calculer directement $p(X=5)$ à la calculatrice.

(c) La moyenne pour les 20 personnes d'aller au 2e étage est égale à l'espérance mathématique de la variable aléatoire X, soit : $\mathrm{E}(X)=n\times p=20\times\frac{1}{3}=\frac{20}{3}\approx\boxed{6,7}$.

Un peu moins de 6,7 personnes sur 20 vont au 2e étage.

Partie B :

On considère une mobylette qui n'est pas en très bon état.

Soit A l'événement « la mobylette tombe en panne de moteur » et B l'événement « la mobylette a une crevaison ».

On a $p(A)=0,06$ et $p(B)=0,05$.

On rappelle que si E et F sont indépendants, alors $p(E\cap F)=p(E)\times p(F)$.

On doit calculer $p\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)$.

Puisque A et B sont indépendants, $\overline{A}$ et $\overline{B}$ le sont aussi.

On en déduit $p\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=p(\overline{A})\times p\left(\overline{B}\right)=0,94\times0,95=\boxed{0,893}$

Autre façon (équivalente) : $p\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=p\left(\overline{A\cup B}\right)=1-p(A\cup B)=1-\left[p(A)+p(B)-p(A\cap B)\right]=1-[p(A)+p(B)-p(A)\times p(B)]$

$=1-(0,06+0,05-0,05\times0,06)=1-0,107=\boxed{0,893}$.

II Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité. (5 points)

Le but de cet exercice est d'étudier les suites de termes positifs dont le premier terme u_0 est strictement supérieur à 1 et possédant la propriété suivante : pour tout entier naturel $n>0$, la somme des n premiers termes consécutifs est égale au produit des n premiers termes consécutifs.

On admet qu'une telle suite existe et on la note (u_n). Elle vérifie donc trois propriétés :

- $u_0>1$,
- pour tout $n\geqslant0$, $u_n\geqslant0$,
- pour tout $n>0$, $u_0+u_1+\cdots+u_{n-1}=u_0\times u_1\times\cdots\times u_{n-1}$.

1. On choisit $u_0=3$.

   - On doit avoir $u_0+u_1=u_0u_1$ donc $3+u_1=3u_1$ d'où $2u_1=3$ qui donne $u_1=\boxed{\frac{3}{2}}$
   - On doit avoir $u_0+u_1+u_2=u_0u_1u_2$ donc $3+\frac{3}{2}+u_2=3\times\frac{3}{2}\times u_2$ donc $\frac{9}{2}+u_2=\frac{9}{2}u_2$.

     On en déduit $\frac{7}{2}u_2=\frac{9}{2}$ donc $u_2=\boxed{\frac{9}{7}}$.

     On a pour $u_0=3$: $\boxed{u_1=\frac{3}{2}}$ et $\boxed{u_2=\frac{9}{7}}$.

2. Pour tout entier $n>0$, on note $s_n=u_0+u_1+\cdots+u_{n-1}=u_0\times u_1\times\cdots\times u_{n-1}$.

   On a en particulier $s_1=u_0$.

   (a) Pour tout $n\geqslant1$, $s_{n+1}=u_0+u_1+\cdots+u_{n-1}+u_n=s_n+u_n$; $\boxed{s_{n+1}=s_n+u_n}$

   Tous les termes de la suite sont positifs, donc $s_n=u_0+u_1+\cdots+u_{n-1}\geqslant u_0>1$ donc $\boxed{s_n>1}$.

(b) Comme $s_n = u_0 u_1 \cdots \times u_{n-1}$, on remarque que $\boxed{s_{n+1} = s_n \times u_n}$.

Pour tout $n \geqslant 1$, $s_{n+1} = s_n + u_n = s_n u_n$ donc $s_n = s_n u_n - u_n = (s_n - 1)\, u_n$.

On en déduit que : $\boxed{u_n = \dfrac{s_n}{s_n - 1}}$ (pour tout $n \geqslant 1$)

(c) Pour tout $n \geqslant 1$, $u_n - 1 = \dfrac{s_n}{s_n - 1} - 1 = \dfrac{1}{s_n - 1} > 0$ puisque $s_n > 1$ donc $\boxed{u_n > 1}$.

3. À l'aide de l'algorithme ci-contre, on veut calculer le terme u_n pour une valeur de n donnée.

(a) Complétons l'algorithme :

Entrée :	Saisir n
	Saisir u
Traitement :	s prend la valeur u
	Pour i allant de 1 à n :
	u prend la valeur $\dfrac{s}{s-1}$
	s prend la valeur $s + u$
	Fin Pour
Sortie :	Afficher u

Le tableau ci-dessous donne des valeurs arrondies au millième de $u_n$pour différentes valeurs de l'entier n :

n	0	5	10	20	30	40
u_n	3	1,140	1,079	1,043	1,030	1,023

Il semble que la suite soit **décroissante** et **converge vers 1**.

4. (a) Démontrons par récurrence sur n que $s_n > n$ pour tout $n \geqslant 1$.

- **Initialisation** : $s_1 = u_0 > 1$ par hypothèse donc la propriété est vraie pour $n = 1$.
- **Hérédité** : on suppose la propriété vraie pour un n quelconque ($n \geqslant 1$), donc $s_n > n$.
  Alors $s_{n+1} = s_n + u_n > n + u_n$ d'après l'hypothèse de récurrence; or $u_n > 1$ donc
  $s_{n+1} > n + u_n > n + 1$ puisque $u_n > 1$.
  La propriété est donc **héréditaire**.

D'après l'axiome de récurrence, la propriété $s_n > n$ est vraie pour tout $n \geqslant 1$.

(b) $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} n = +\infty$; d'après un théorème de comparaison, $\boxed{\displaystyle\lim_{n \to +\infty} s_n = +\infty}$.

On a $u_n = \dfrac{s_n}{s_n - 1} = \dfrac{s_n}{s_n\left(1 - \frac{1}{s_n}\right)} = \dfrac{1}{1 - \frac{1}{s_n}}$.

Comme $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} s_n = +\infty$, $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{s_n}\right) = 0$ d'où $\boxed{\displaystyle\lim_{n \to +\infty} u_n = 1}$.

Exercice II : Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité. (5 points)

Partie A

- Une personne née le 1er août, le programme de calcul (A) donne le nombre 308 :
  - Numéro du jour de naissance multiplié par 12 : $j = 1 \times 12 = \boxed{12}$;
  - Numéro du mois de naissance multiplié par 37 : $m = 8 \times 37 = \boxed{296}$;
  - $m + j = \boxed{308}$.
- (a) Pour un spectateur donné, on note j le numéro de son jour de naissance, m celui de son mois de naissance et z le résultat obtenu en appliquant le programme de calcul (A).

$$z = 12j + 37m, \text{ or } 12j \equiv 0\ [12], \text{ donc } z = 12j + 37m \boxed{\equiv 37m\ [12]}$$

  (b) Date de l'anniversaire d'un spectateur ayant obtenu le nombre 474 en appliquant le programme de calcul (A) :

$$\left\{\begin{array}{l} z = 474 = 39 \times 12 + 6 \\ z \equiv 37m\ [12] \end{array}\right. \Longrightarrow z = (3 \times 12 + 1)m \equiv 6\ [12] \Longrightarrow \boxed{m \equiv 6\ [12]}, \text{ le mois est donc juin}$$

$$z = 474 = 12j + 37 \times 6 \Longrightarrow 12j = 474 - 37 \times 6 = 252 = 21 \times 12 \Longrightarrow \boxed{j = 21}$$

  Le spectateur est donc né un 21 juin.

Partie B

Le magicien décide de changer son programme de calcul. Pour un spectateur dont le numéro du jour de naissance est j et le numéro du mois de naissance est m, le magicien demande de calculer le nombre z défini par $z = 12j + 31m$.

1. **Première méthode :**
   Algorithme modifié (AlgoBox) pour qu'il affiche toutes les valeurs de j et de m telles que $12j + 31m = 503$.

```
VARIABLES
  j EST_DU_TYPE NOMBRE
  m EST_DU_TYPE NOMBRE
  z EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  POUR m ALLANT_DE 1 A 12
    DEBUT_POUR
    POUR j ALLANT_DE 1 A 31
      DEBUT_POUR
      z PREND_LA_VALEUR 12*j+31*m
      SI (z==503) ALORS
        DEBUT_SI
        AFFICHER j
        AFFICHER "\ "
        AFFICHER m
        AFFICHER "; "
        FIN_SI
      FIN_POUR
    FIN_POUR
FIN_ALGORITHME
```

```
***Algorithme lancé***
29\ 5;
***Algorithme terminé***
```

   Le spectateur est donc né un 29 mai.

2. **Deuxième méthode :**

(a) $12a \equiv 0\ [12]$ pour tout a entier, donc

$$z = 12j + 31m \equiv 31m = (2 \times 12 + 7)m = 12 \times 2m + 7m \boxed{\equiv 7m\ [12]}$$

$7m$ et z ont donc le même reste dans la division euclidienne par 12.

(b) Pour m variant de 1 à 12, reste de la division euclidienne de $7m$ par 12 :

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
reste	7	2	9	4	11	6	1	8	3	10	5	0

On remarque qu'à chacun des 12 restes possibles correspond un seul mois.

(c) Date de l'anniversaire d'un spectateur ayant obtenu le nombre 503 avec le programme de calcul (B) :

$$\begin{cases} z = 503 = 41 \times 12 + 11 \\ z \equiv 7m\ [12] \end{cases} \Longrightarrow 7m \equiv 11\ [12] \Longrightarrow m = 5, \text{ le mois est donc mai}$$

$$z = 503 = 12j + 31 \times 5 \Longrightarrow 12j = 503 - 31 \times 5 = 29 \times 12 \Longrightarrow \boxed{j = 29}$$

Le spectateur est donc né un 29 mai.

3. **Troisième méthode :**

(a) Le couple $(-2\ ;\ 17)$ est solution de l'équation $12x + 31y = 503$:

$$12 \times (-2) + 31 \times (17) = 503$$

(b) Un couple d'entiers relatifs $(x\ ;\ y)$ est solution de l'équation $12x + 31y = 503$:

$$\begin{cases} 12x + 31y = 503 & L_1 \\ 12 \times (-2) + 31 \times (17) = 503 & L_2 \end{cases} \Longrightarrow 12(x+2) + 31(y-17) = 0\ (L_1 - L_2) \Longleftrightarrow \boxed{12(x+2) = 31(17-y)\ (E)}$$

(c) Résolution de l'équation $12x + 31y = 503$:

— Partie directe :

$$12x + 31y = 503 \Longrightarrow \begin{cases} 12(x+2) = 31(17-y) \\ \text{pgcd}(12\ ;\ 31) = 1 \end{cases} \overset{\text{GAUSS}}{\Longrightarrow} 31 \text{ divise } x+2$$

Ainsi, il existe un entier relatif k vérifiant $x + 2 = 31k \Longleftrightarrow \boxed{x = -2 + 31k}$.
En remplaçant dans (E), on obtient :

$$\begin{cases} 12(x+2) = 31(17-y) \\ x + 2 = 31k \end{cases} \Longrightarrow 12 \times \cancel{31}k = \cancel{31}(17-y) \Longleftrightarrow 12k = 17 - y \Longleftrightarrow \boxed{y = 17 - 12k}$$

— Réciproque : pour tout k de $\mathbb{Z}$, on a :

$$12(-2+31k) + 31(17-12k) = \underbrace{12 \times (-2) + 31 \times (17)}_{503} + \cancel{12 \times 31k} - \cancel{12 \times 31k} = 503$$

— Pour tout k de $\mathbb{Z}$, le couple $(x; y) = (-2 + 31k; 17 - 12k)$ est solution de $12x + 31y = 503$.

(d) Il existe un unique couple d'entiers relatifs $(x\ ;\ y)$ tel que $1 \leqslant y \leqslant 12$:

$$1 \leqslant y \leqslant 12 \Longleftrightarrow 1 \leqslant 17 - 12k \leqslant 12 \Longleftrightarrow -16 \leqslant -12k \leqslant -5 \Longleftrightarrow 5 \leqslant 12k \leqslant 16 \Longleftrightarrow \boxed{\frac{5}{12} \leqslant k \leqslant \frac{16}{12}}$$

Ainsi $k = 1$ est l'unique entier compris entre $\dfrac{5}{12} \simeq 0{,}4166$ et $\dfrac{16}{12} \simeq 1{,}3333$.
L'unique couple recherché est donc : $(-2 + 31 \times 1; 17 - 12 \times 1) = (29; 5)$

Le spectateur est donc né un 29 mai.

III **(5 points)**

$$f(t)=3t\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}t}+2 \text{ avec } t\geqslant 0,$$

où $f(t)$ représente le taux de vasopressine (en μg/mL) dans le sang en fonction du temps t (en minute) écoulé après le début d'une hémorragie.

1. (a) On a $\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}\times 0}=1$, donc $f(0)=3\times 0\times 1+2=0+2=\boxed{2}$.

   (b) On a 12 s $=\dfrac{12}{60}=\dfrac{1}{5}=0,2$ (min).

   On calcule $f(0,2)=3\times 0,2\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}\times 0,2}+2=0,6\mathrm{e}^{-0,05}+2\approx 2+0,57\boxed{\approx 2,57}$.

   Ce taux est **supérieur à 2,5** donc anormal.

   (c) On sait que $\displaystyle\lim_{t\to+\infty}\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}t}=0$ et que $\displaystyle\lim_{t\to+\infty}t\mathrm{e}^{-0,25t}=0$, donc finalement :

   $\boxed{\displaystyle\lim_{t\to+\infty}f(t)=2}$.

   Cela signifie qu'à terme le taux de vasopressine va se **stabiliser** à 2 μg/mL.

2. f, somme et produit de fonctions dérivables sur $[0\,;\,+\infty[$, est dérivable sur cet intervalle et

$$f'(t)=3\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}t}+3t\times\left(-\frac{1}{4}\right)\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}t}=\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}t}\left(3-\frac{3}{4}t\right)=3\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}t}\left(1-\frac{1}{4}t\right)=\boxed{\frac{3}{4}(4-t)\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}t}}.$$

3. (a) On sait que quel que soit le réel t, $\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}t}>0$; le signe de $f'(t)$ est donc celui de $4-t$:

   - $4-t \iff 4>t$;
   - $4-t \iff 4<t$;
   - $4-t=0 \iff 4=t$.

   Conclusion : la fonction f est

   - croissante sur $[0;4]$ de $f(0)=2$ à $f(4)=3\times 4\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}\times 4}+2=2+12\mathrm{e}^{-1}\approx 6,41$;
   - décroissante sur $[4\,;\,+\infty[$ de $f(4)\approx 6,41$ à $\displaystyle\lim_{t\to+\infty}f(t)=2$.

t	0		4		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	2	↗	$\approx 6,41$	↘	2

   (b) La fonction étant croissante sur $[0;4]$ de $f(0)=2$ à $f(4)\approx 6,41$ puis décroissante sur $[4\,;\,+\infty[$, $\boxed{f(4)=2+12\mathrm{e}^{-1}\approx 6,41}$ est le **maximum** de la fonction sur $[0\,;\,+\infty[$.

4. (a) • Sur l'intervalle $[0;4]$, la fonction f est continue comme produit et composée de fonctions continues.

   - $f(0)=2<2,5$
   - $f(4)\approx 4,71>2,5$

   D'après le **théorème des valeurs intermédiaires** il existe un réel $t_0\in[0\,;\,4]$, tel que $f(t_0)=2,5$.

   Celui-ci est unique car f est croissante sur cet interva

   La calculatrice donne :

   $f(0)=2$ et $f(1)\approx 4,33$, donc $0<t_0<1$;

   $f(0,1)\approx 2,29$ et $f(0,2)\approx 2,57$, donc $0,1<t_0<0,2$;

$f(0,17) \approx 2,49$ et $f(0,18) \approx 2,52$, donc $0,17 < t_0 < 0,18$;

$f(0,174) \approx 2,499$ et $f(0,175) \approx 2,503$, donc $\boxed{0,174 < t_0 < 0,175}$.

On admet qu'il existe une unique valeur t_1 *appartenant à* $[4\,;\,+\infty[$ *vérifiant* $f(t_1) = 2,5$.

On donne une valeur approchée de t_1 *à* 10^{-3} *près :* $t_1 \approx 18,930$.

5. Sur l'intervalle $[t_0\,;\,4]$, la fonction f est croissante, donc sur cet intervalle $f(t) \geqslant f(t_0) = 2,5$ et sur l'intervalle $[4\,;\,t_1]$ la fonction est décroissante donc sur cet intervalle $f(t) \geqslant f(t_1) = 2,5$.

   On a donc $f(t) > 2,5$ sur l'intervalle $]t_0\,;\,t_1[$ ce qui signifie que le taux de vasopressine sera **anormal** pendant $t_1 - t_0 \approx 18,93 - 0,175$ soit environ 18,755 min soit $\boxed{18 \text{ min } 45 \text{ s}}$.

IV

(5 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3\cos\left(2x + \dfrac{\pi}{2}\right)$.

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $-1 \leqslant \cos\left(2x + \dfrac{\pi}{2}\right) \leqslant 1$ donc, en multipliant par 3 positif :

$$\boxed{-3 \leqslant 3\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) \leqslant 3}.$$

   On obtient, en divisant par x **négatif** non nul : $\boxed{\dfrac{3}{x} \leqslant \dfrac{f(x)}{x} \leqslant -\dfrac{3}{x}}$.

   $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} \left(-\frac{3}{x}\right) = 0$ et $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{3}{x}\right) = 0$ donc, d'après le théorème des gendarmes :

$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{f(x)}{x}\right) = 0.}$$

2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x+\pi) = 3\cos\left(2(x+\pi) + \dfrac{\pi}{2}\right) = 3\cos\left(2x + 2\pi + \dfrac{\pi}{2}\right) = 3\cos\left(2x + \dfrac{\pi}{2} + 2\pi\right) = 3\cos\left(2x + \dfrac{\pi}{2}\right)$ $= f(x)$ car la fonction cos est périodique de période 2π.

   On en déduit que $\boxed{f \text{ est périodique, de période } \pi}$

3. On sait que $(\cos(u))' = -u' \sin(u)$ si u est dérivable.

   $f = \cos(u)$ avec $u(x) = 2x + \dfrac{\pi}{2}$ et $u'(x) = 2$

   Donc $f'(x) = -2 \times 3\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{2}\right) = \boxed{-6\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{2}\right)}$

4. (a) $-\dfrac{\pi}{4} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{4} \Rightarrow -\dfrac{\pi}{2} \leqslant 2x \leqslant \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow 0 \leqslant 2x + \dfrac{\pi}{2} \leqslant \pi$ donc $\boxed{2x + \dfrac{\pi}{2} \in [0\,;\,\pi]}$.

   Puisque $2x + \dfrac{\pi}{2}$ appartient à $[0\,;\,\pi]$, $\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{2}\right) \geqslant 0$ donc $f'(x) = -6\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{2}\right) \leqslant 0$ sur $\left[-\dfrac{\pi}{4}\,;\,\dfrac{\pi}{4}\right]$.

   (b) $\dfrac{\pi}{4} \leqslant x \leqslant \dfrac{3\pi}{4} \Rightarrow \dfrac{\pi}{2} \leqslant 2x \leqslant \dfrac{3\pi}{2} \Rightarrow \pi \leqslant 2x + \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow 2\pi$.

   Si $2x + \dfrac{\pi}{2} \in [\pi\,;\,2\pi]$, $\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{2}\right) \leqslant 0$ donc $f'(x) = -6\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{2}\right) \geqslant 0$.

   (c) f est donc croissante sur $\left[\dfrac{\pi}{4}\,;\,\dfrac{3\pi}{4}\right]$.

   $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = -3$; $f\left(\dfrac{3\pi}{4}\right) = 3$

Tableau de variation :

x	$\frac{\pi}{4}$		$\frac{3\pi}{4}$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	-3	↗	3

5. On sait que $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ donc la tangente à $\mathscr{C}_f$ est paraèle à l'axe des abscisses (Ox), donc a pour équation $y = f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ donc $\boxed{y = -3}$.