TS : TD sur les suites n° 1

I Critère de croissance pour une suite positive

Soit une suite (u_n) telle que, pour tout n, $u_n > 0$.
Montrer alors que la suite est croissante si, et seulement si, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} > 1$

II

Définition : Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on appelle factorielle n, notée $n!$ le nombre défini par

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$$

On pose $0! = 1$.
Ainsi : $0! = 1$; $1! = 1$; $2! = 1 \times 2 = 2$; $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$; $4! = \times 4 = 24$ etc.

1. Pour n quelconque, exprimer $(n+1)!$ en fonction de $n!$.
2. Montrer que la suite $n!$ est strictement croissante pour $n \geqslant 1$

III

(u_n) et (v_n) sont deux suites croissantes ; la suite $(u_n + v_n)$ est-elle croissante ?

IV D'après Bac Polynésie juin 2013

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et telle que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{3u_n}{1+2u_n}$.

1. (a) Calculer u_1 et u_2.
   (b) Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n, $0 < u_n$.
2. Démontrer de même que, pour tout entier naturel n, $u_n < 1$.
   (a) Démontrer que la suite (u_n) est croissante.
   (b) On admet que la suite (u_n) converge. Conjecturer la limite à l'aide d'une calculatrice.
3. Soit(v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = \dfrac{u_n}{1-u_n}$.
   (a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 3.
   (b) Exprimer pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.
   (c) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = \dfrac{3^n}{3^n+1}$.
   (d) Déterminer la limite de la suite (u_n).

TS : TD sur les suites n° 1

I Critère de croissance pour une suite positive

Soit une suite (u_n) telle que, pour tout n, $u_n > 0$.
Montrer alors que la suite est croissante si, et seulement si, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} > 1$

II

Définition : Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on appelle factorielle n, notée $n!$ le nombre défini par

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$$

On pose $0! = 1$.
Ainsi : $0! = 1$; $1! = 1$; $2! = 1 \times 2 = 2$; $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$; $4! = \times 4 = 24$ etc.

1. Pour n quelconque, exprimer $(n+1)!$ en fonction de $n!$.
2. Montrer que la suite $n!$ est strictement croissante pour $n \geqslant 1$

III

(u_n) et (v_n) sont deux suites croissantes ; la suite $(u_n + v_n)$ est-elle croissante ?

IV D'après Bac Polynésie juin 2013

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et telle que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{3u_n}{1+2u_n}$.

1. (a) Calculer u_1 et u_2.
   (b) Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n, $0 < u_n$.
2. Démontrer de même que, pour tout entier naturel n, $u_n < 1$.
   (a) Démontrer que la suite (u_n) est croissante.
   (b) On admet que la suite (u_n) converge. Conjecturer la limite à l'aide d'une calculatrice.
3. Soit(v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = \dfrac{u_n}{1-u_n}$.
   (a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 3.
   (b) Exprimer pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.
   (c) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = \dfrac{3^n}{3^n+1}$.
   (d) Déterminer la limite de la suite (u_n).