

TS : TD n° 1 sur le théorème des valeurs intermédiaires et la dérivation

I

1. Démontrer que l'équation $\cos(4x + 2) - 8x = -1$ admet une solution unique dans \mathbb{R} .
2. Donner un encadrement de cette solution à 10^{-2} près à l'aide de la calculatrice.

II

La fonction $f : x \mapsto x|x|$ est-elle dérivable en 0 ?

III

Calculer l'expression de dérivées des fonctions suivantes, en précisant l'ensemble de dérivabilité :

$$f_1(x) = (5x^3 - 4)^2$$

$$f_2(x) = \sqrt{4x^2 + 4x + 1}$$

$$f_3(x) = (5x^3 - 3x + 2)^6$$

$$f_4(x) = \left(\frac{1}{x+6}\right)^3$$

$$f_5(x) = 2\sin(-3x + 2) - \frac{4}{x}$$

$$f_6(x) = (3x + 5)\sqrt{x}$$

IV

Soit f la fonction n définie par $f(x) = \sin(x)$.

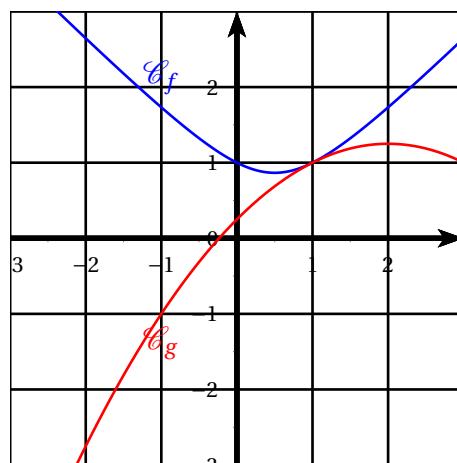
1. Calculer $f'(x)$, $f''(x)$, $f^{(3)}(x)$, $f^{(4)}(x)$.
2. Que constate-t-on ?
3. En déduire l'expression de $f^{(n)}(x)$ selon les valeurs de n pour $n \in \mathbb{N}$.

V

Sur l'écran d'une calculatrice, les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1} \text{ et } g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + \frac{1}{4}$$

semblent tangentes au point A(1 ; 1).



Qu'en est-il exactement ?