

## Exercices de bac (géométrie dans l'espace)

### I Polynésie juin 2014

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points

$$A(5; -5; 2), B(-1; 1; 0), C(0; 1; 2) \text{ et } D(6; 6; -1).$$

- Déterminer la nature du triangle BCD et calculer son aire.
- (a) Montrer que le vecteur  $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  est un vecteur normal au plan (BCD).  
(b) Déterminer une équation cartésienne du plan (BCD).
- Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $\mathcal{D}$  orthogonale au plan (BCD) et passant par le point A.
- Déterminer les coordonnées du point H, intersection de la droite  $\mathcal{D}$  et du plan (BCD).
- Déterminer le volume du tétraèdre ABCD.  
*On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par la formule  $V = \frac{1}{3} \mathcal{B} \times h$ , où  $\mathcal{B}$  est l'aire d'une base du tétraèdre et  $h$  la hauteur correspondante.*
- On admet que  $AB = \sqrt{76}$  et  $AC = \sqrt{61}$ .  
Déterminer une valeur approchée au dixième de degré près de l'angle  $\widehat{BAC}$ .

### II Liban juin 2014

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier chaque réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé.

On considère le plan  $\mathcal{P}$  d'équation  $x - y + 3z + 1 = 0$  et la droite  $\mathcal{D}$  dont une représentation paramétrique est

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = -5 + 3t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

On donne les points  $A(1; 1; 0)$ ,  $B(3; 0; -1)$  et  $C(7; 1; -2)$

#### Proposition 1 :

Une représentation paramétrique de la droite (AB) est

$$\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = -2 + t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

#### Proposition 2 :

Les droites  $\mathcal{D}$  et (AB) sont orthogonales.

#### Proposition 3 :

Les droites  $\mathcal{D}$  et (AB) sont coplanaires.

#### Proposition 4 :

La droite  $\mathcal{D}$  coupe le plan  $\mathcal{P}$  au point E de coordonnées  $(8; -3; -4)$ .

#### Proposition 5 :

Les plans  $\mathcal{P}$  et (ABC) sont parallèles.

### III Amérique du Nord mai 2014

On considère un cube ABCDEFCH donné en annexe 2 (à rendre avec la copie).

On note M le milieu du segment [EH], N celui de [FC] et P le point tel que  $\vec{HP} = \frac{1}{4}\vec{HG}$ .

#### Partie A : Section du cube par le plan (MNP)

- Justifier que les droites (MP) et (FG) sont sécantes en un point L.  
Construire le point L.
- On admet que les droites (LN) et (CG) sont sécantes et on note T leur point d'intersection.  
On admet que les droites (LN) et (BF) sont sécantes et on note Q leur point d'intersection.  
(a) Construire les points T et Q en laissant apparents les traits de construction.  
(b) Construire l'intersection des plans (MNP) et (ABF).
- En déduire une construction de la section du cube par le plan (MNP).

#### Partie B

L'espace est rapporté au repère  $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$ .

- Donner les coordonnées des points M, N et P dans ce repère.
- Déterminer les coordonnées du point L.
- On admet que le point T a pour coordonnées  $(1; 1; \frac{5}{8})$ .  
Le triangle TPN est-il rectangle en T?

