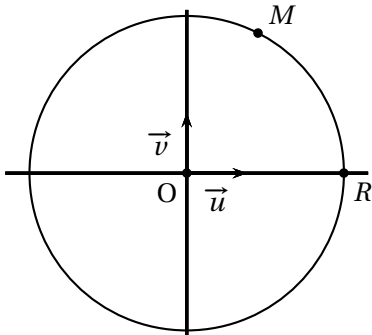


## Antilles-Guyane juin 2015

On appelle  $\mathbb{C}$  l'ensemble des nombres complexes.

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  on a placé un point  $M$  d'affixe  $z$  appartenant à  $\mathbb{C}$ , puis le point  $R$  intersection du cercle de centre  $O$  passant par  $M$  et du demi-axe  $[O; \vec{u})$ .



1. Exprimer l'affixe du point  $R$  en fonction de  $z$ .
2. Soit le point  $M'$  d'affixe  $z'$  définie par

$$z' = \frac{1}{2} \left( \frac{z + |z|}{2} \right).$$

Reproduire la figure sur la copie et construire le point  $M'$ .

### Partie B

On définit la suite de nombres complexes  $(z_n)$  par un premier terme  $z_0$  appartenant à  $\mathbb{C}$  et, pour tout entier naturel  $n$ , par la relation de récurrence :

$$z_{n+1} = \frac{z_n + |z_n|}{4}.$$

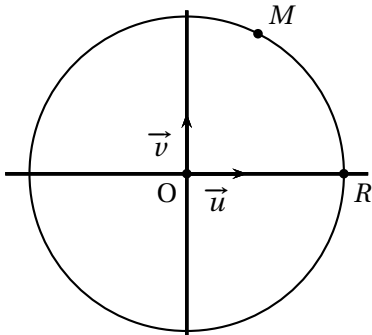
Le but de cette partie est d'étudier si le comportement à l'infini de la suite  $(|z_n|)$  dépend du choix de  $z_0$ .

1. Que peut-on dire du comportement à l'infini de la suite  $(|z_n|)$  quand  $z_0$  est un nombre réel négatif?
2. Que peut-on dire du comportement à l'infini de la suite  $(|z_n|)$  quand  $z_0$  est un nombre réel positif?
3. On suppose désormais que  $z_0$  n'est pas un nombre réel.
  - (a) Quelle conjecture peut-on faire sur le comportement à l'infini de la suite  $(|z_n|)$ ?
  - (b) Démontrer cette conjecture, puis conclure.

## Antilles-Guyane juin 2015

On appelle  $\mathbb{C}$  l'ensemble des nombres complexes.

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  on a placé un point  $M$  d'affixe  $z$  appartenant à  $\mathbb{C}$ , puis le point  $R$  intersection du cercle de centre  $O$  passant par  $M$  et du demi-axe  $[O; \vec{u})$ .



1. Exprimer l'affixe du point  $R$  en fonction de  $z$ .
2. Soit le point  $M'$  d'affixe  $z'$  définie par

$$z' = \frac{1}{2} \left( \frac{z + |z|}{2} \right).$$

Reproduire la figure sur la copie et construire le point  $M'$ .

### Partie B

On définit la suite de nombres complexes  $(z_n)$  par un premier terme  $z_0$  appartenant à  $\mathbb{C}$  et, pour tout entier naturel  $n$ , par la relation de récurrence :

$$z_{n+1} = \frac{z_n + |z_n|}{4}.$$

Le but de cette partie est d'étudier si le comportement à l'infini de la suite  $(|z_n|)$  dépend du choix de  $z_0$ .

1. Que peut-on dire du comportement à l'infini de la suite  $(|z_n|)$  quand  $z_0$  est un nombre réel négatif?
2. Que peut-on dire du comportement à l'infini de la suite  $(|z_n|)$  quand  $z_0$  est un nombre réel positif?
3. On suppose désormais que  $z_0$  n'est pas un nombre réel.
  - (a) Quelle conjecture peut-on faire sur le comportement à l'infini de la suite  $(|z_n|)$ ?
  - (b) Démontrer cette conjecture, puis conclure.