

Exercice de bac de géométrie dans l'espace

Antilles juin 2017

On note \mathbb{R} l'ensemble des nombres réels.

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère les points $A(-1; 2; 0)$, $B(1; 2; 4)$ et $C(-1; 1; 1)$.

- (a) Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
(b) Calculer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.
(c) En déduire la mesure de l'angle \widehat{BAC} , arrondie au degré.

2. Soit \vec{n} le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- (a) Démontrer que \vec{n} est un vecteur normal au plan (ABC).
(b) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

3. Soient \mathcal{P}_1 le plan d'équation $3x + y - 2z + 3 = 0$ et \mathcal{P}_2 le plan passant par O et parallèle au plan d'équation $x - 2z + 6 = 0$.

- (a) Démontrer que le plan \mathcal{P}_2 a pour équation $x = 2z$.
(b) Démontrer que les plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont sécants.
(c) Soit la droite \mathcal{D} dont un système d'équations paramétriques est

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = -4t - 3, \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

Démontrer que \mathcal{D} est l'intersection des plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 .

4. Démontrer que la droite \mathcal{D} coupe le plan (ABC) en un point I dont on déterminera les coordonnées.