Correction du TD sur la loi normale

I

1. $Z = \dfrac{Y-\mu}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite.
2. $0,16 \leqslant Y \leqslant 0,18 \Leftrightarrow 0,16-0,17 \leqslant Y-0,17 \leqslant 0,18-0,17 \Leftrightarrow \dfrac{0,16-0,17}{\sigma} \leqslant Z \leqslant \dfrac{0,18-0,17}{\sigma}$

   $\Leftrightarrow \boxed{-\dfrac{0,01}{\sigma} \leqslant Z \leqslant \dfrac{0,01}{\sigma}}$.

   On cherche le nombre u_α tel que $P(-u_\alpha \leqslant Z \leqslant u_\alpha) = 0,99$.

   Par symétrie de la courbe représentative de la fonction de Gauss par rapport à l'axe des ordonnées, on a $P(Y \leqslant -u_\alpha) = \dfrac{1-0,99}{2} = 0,005$.

   À la calculatrice, on trouve $-u_\alpha \approx -2,576$ donc $u_\alpha \approx 2,576$.

   On en déduit $\dfrac{0,01}{\sigma} = u_\alpha$ donc $\boxed{\sigma = \dfrac{0,01}{u_\alpha} \approx 0,0039}$

II

1. $\phi(t) = 0,985$ donc $t \approx 2,17$.
2. $98 \leqslant X \leqslant 100 \Leftrightarrow \dfrac{98-100}{\sigma} \leqslant Z \leqslant \dfrac{98-100}{\sigma} \Leftrightarrow \boxed{-\dfrac{2}{\sigma} \leqslant Z \leqslant \dfrac{2}{\sigma}}$.

   Z suit la loi normale centrée réduite.

   On cherche α tel que $P(-\alpha \leqslant Z \leqslant \alpha) = 0,97 \Leftrightarrow P(Z \leqslant \alpha) = 0,97 + \left(\dfrac{1-0,97}{2}\right) = 0;085$.

   D'après 1., on a $\alpha \approx 2,17$.

   D'où $\sigma \approx \dfrac{2}{2,17}$.

   Alors, $\boxed{\sigma \approx 0,922}$.

III

1. $p_1 = P\left(\mu_1 - 3\sigma_1 \leqslant X \leqslant \mu_1 + 3\sigma_1\right) = P(35,4 \leqslant X \leqslant 36,6) \approx \boxed{0,997}$.
2. $p_2 = P(5,88 \leqslant Y \leqslant 6,12) = P(Y \leqslant 6,12) - P(Y \leqslant 5,88) \approx \boxed{0,984}$.
3. (a) Les deux évènements D et L étant **indépendants** on a :

   $P(D \cap L) = P(D) \times P(L) \approx \boxed{0,981}$.

   La probabilité qu'une pièce ne soit pas acceptée est donc $1 - 0,981 \approx \boxed{0,02}$ arrondi à 10^{-2}.

   (b) D et L sont indépendants donc D et $\overline{L}$ le sont aussi d'après le cours.

   On a donc : $P_{\overline{L}}(D) = P(D) = \boxed{p_2}$.