

TS : TD exercices sur la loi normale

I

On note Y la variable aléatoire qui, à un petit pot de confiture pris au hasard dans une production, associe sa teneur en sucre.

Un petit pot est conforme si cette teneur est comprise entre 0,16 et 0,18. On suppose que Y suit la loi normale d'espérance $\mu = 0,17$ et d'écart-type σ , et que la probabilité qu'un petit pot prélevé au hasard soit conforme est égale à 0,99.

Soit Z la variable aléatoire définie par $Z = \frac{Y - \mu}{\sigma}$.

1. Quelle loi suit la variable aléatoire Z ?
2. Déterminer une valeur approchée à 10^{-3} près de σ .

II

1. On note ϕ la fonction définie sur \mathbb{R} par $\phi(t) = P(Z \leq t)$, où Z est une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite.
À l'aide de la calculatrice, résoudre l'équation $\phi(t) = 0,985$.
2. Une tablette de chocolat est mise en vente si sa masse est comprise entre 98 et 102 grammes. Sa masse (exprimée en grammes) est modélisée par une variable aléatoire X suivant la loi normale d'espérance 100 et d'écart-type σ .
Déterminer la valeur σ , à 10^{-3} près, telle que la probabilité de l'événement « la tablette est mise sur le marché » soit égale à 0,97.

III Antilles-Guyane septembre 2013

Une entreprise industrielle fabrique des pièces cylindriques en grande quantité. Pour toute pièce prélevée au hasard, on appelle X la variable aléatoire qui lui associe sa longueur en millimètre et Y la variable aléatoire qui lui associe son diamètre en millimètre.

On suppose que X suit la loi normale de moyenne $\mu_1 = 36$ et d'écart-type $\sigma_1 = 0,2$ et que Y suit la loi normale de moyenne $\mu_2 = 6$ et d'écart-type $\sigma_2 = 0,05$.

1. Une pièce est dite conforme pour la longueur si sa longueur est comprise entre $\mu_1 - 3\sigma_1$ et $\mu_1 + 3\sigma_1$.
Quelle est une valeur approchée à 10^{-3} près de la probabilité p_1 pour qu'une pièce prélevée au hasard soit conforme pour la longueur?

Une pièce est dite conforme pour le diamètre si son diamètre est compris entre 5,88 mm et 6,12 mm.
Déterminer à 10^{-3} près la probabilité p_2 pour qu'une pièce prélevée au hasard soit conforme pour le diamètre
2. On prélève une pièce au hasard. On appelle L l'événement « la pièce est conforme pour la longueur » et D l'événement « la pièce est conforme pour le diamètre ». On suppose que les événements L et D sont indépendants.
 - (a) Une pièce est acceptée si elle est conforme pour la longueur et pour le diamètre.
Déterminer la probabilité pour qu'une pièce prélevée au hasard ne soit pas acceptée (le résultat sera arrondi à 10^{-2}).
 - (b) Justifier que la probabilité qu'elle soit conforme pour le diamètre sachant qu'elle n'est pas conforme pour la longueur, est égale à p_2 .