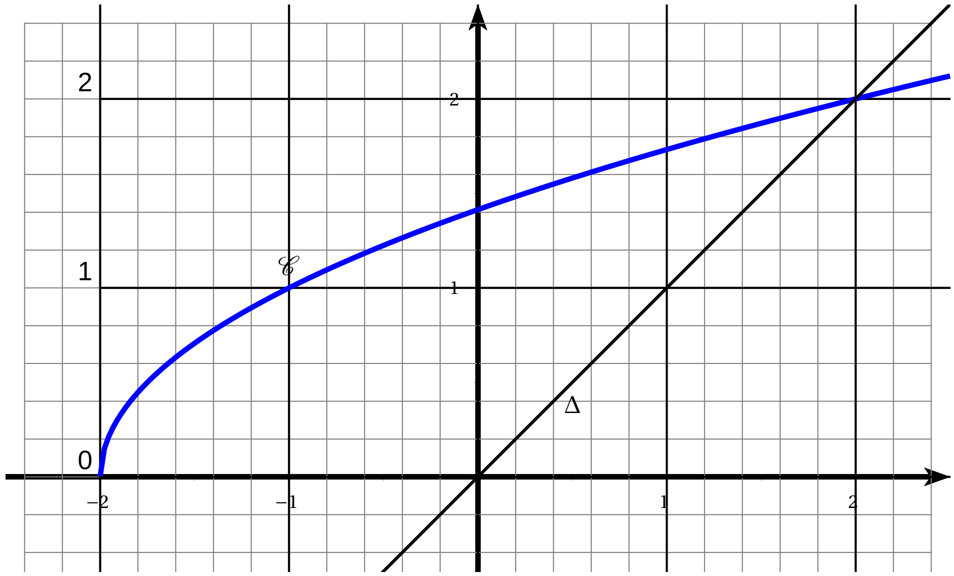
Représentation graphique d'une suite définie par récurrence

I

On veut représenter graphiquement sur l'axe des abscisses les termes successifs de la suite définie par $\begin{cases} u_0 = -1;5 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2} \end{cases}$.

Soit f la fonction définie sur $[-2\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x+2}$.
On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f et Δ la droite d'équation $y = x$. Ces deux courbes sont représentées ci-dessous.



Procédé :

1. (a) Placer sur l'axe (Ox) le terme u_0
   (b) À l'aide de la courbe $\mathscr{C}$, placer le nombre u_1 sur l'axe des abscisses. *On rappelle qu'un point $M(x\ ;\ y)$ appartient à $\mathscr{C}$ si, et seulement si, $y = f(x)$*
   (c) À l'aide de la droite Δ, **construire** alors u_1 sur l'axe des abscisses.
2. Recommencer les étapes précédentes pour construire u_2 sur l'axe des ordonnées, puis sur l'axe des abscisses.
3. Construire de même les termes successifs de la suite (u_n).
4. Que peut-on conjecturer ?

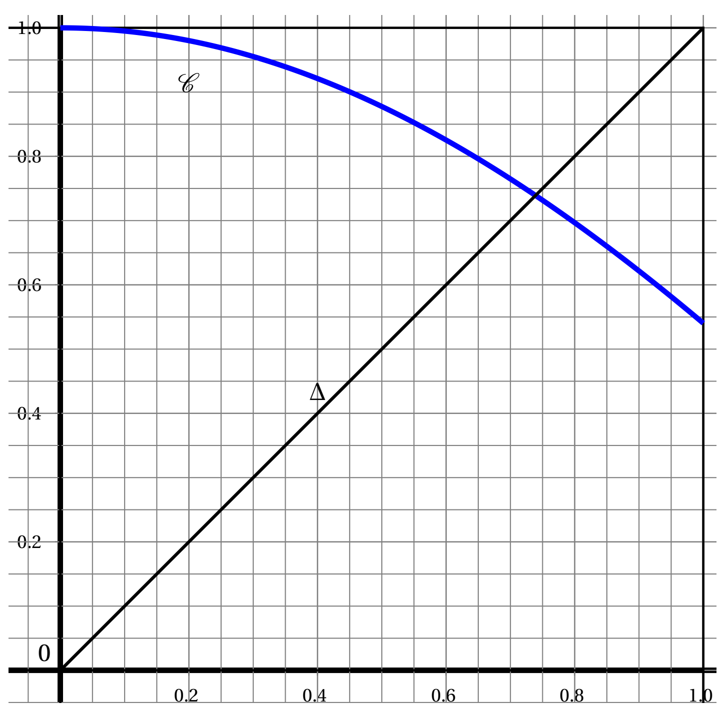
II

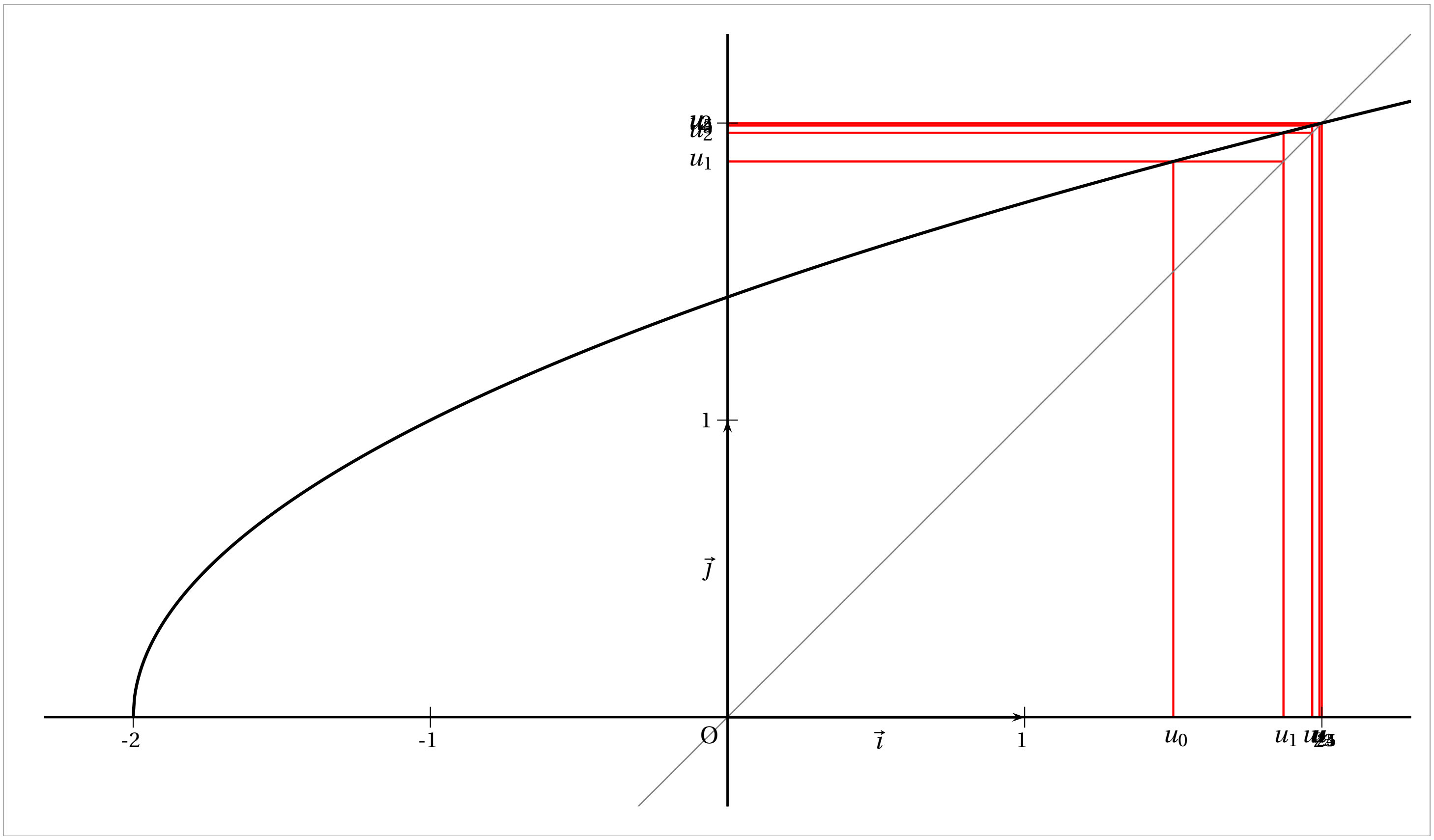
On considère la suite numérique u définie, pour tout n de $\mathbb{N}$, par la relation de récurrence : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \cos u_n \end{cases}$.

Ci-contre sont représentées la courbe $\mathscr{C}$, représentative de cos sur $[0\ ;\ 1]$, ainsi que la « première bissectrice », droite Δ d'équation $y = x$

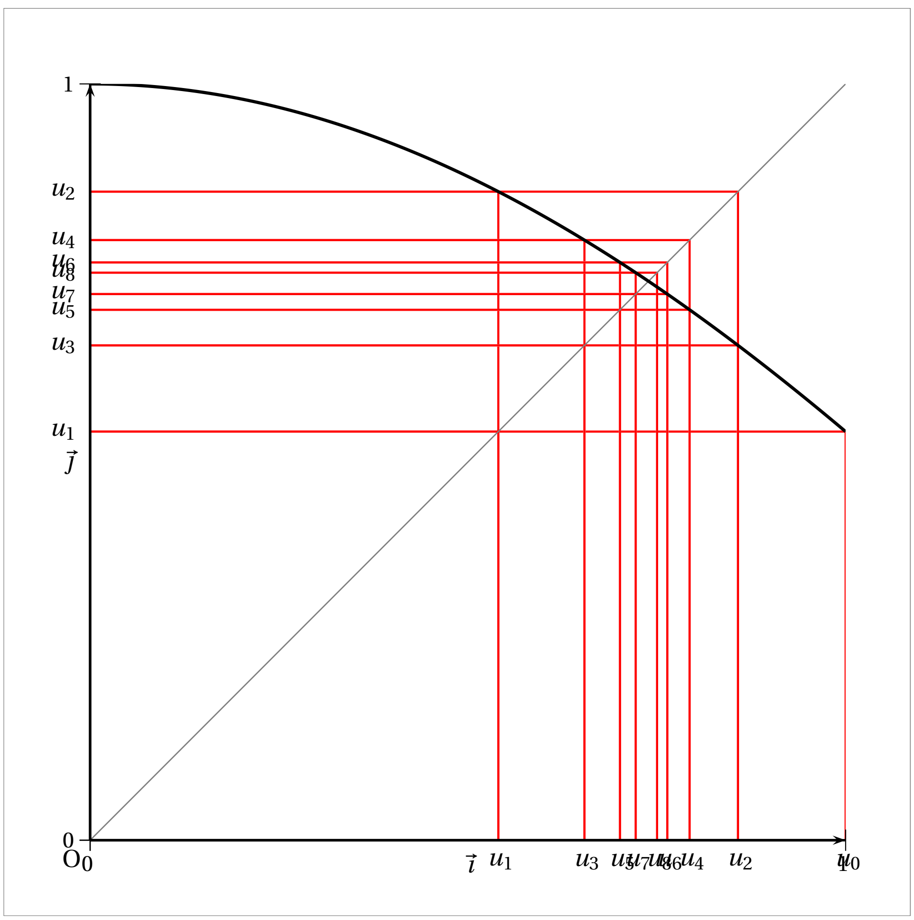
Avec la même méthode qu'au I, construire les termes successifs de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses.

Que peut-on conjecturer quant au comportement de la suite (u_n) ?





u_2
u_1
1
$\vec{j}$
-2
-1
O
$\vec{\imath}$
1
u_0
u_1



1
u_2
u_4
u_6
u_8
u_7
u_5
u_3
u_1
$\vec{j}$
0
O
$\vec{\imath}$
u_1
u_3
u_4
u_2
u_0