

TS : TD sur la fonction exponentielle (1)

I

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = e^x e^{-x}$$

$$B = e e^x$$

$$C = (e^{-x})^2$$

$$D = D = \frac{e^{2x}}{e^{2-x}}$$

$$E = \frac{(e^x)^3}{e^{2x}}$$

II

Résoudre les équations suivantes :

$$1. e^{-x} = -1$$

$$2. e^{3x+1} = \sqrt{e}$$

III

Résoudre les inéquations suivantes : $e^{x^2-2} \leq \frac{1}{e^x}$

IV

On appelle f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = 2e^{-x} + 2x - 4.$$

On note \mathcal{C} sa courbe représentative.

1. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Démontrer que la droite Δ d'équation $y = 2x - 4$ est asymptote à \mathcal{C} .
Étudier la position relative de \mathcal{C} et de Δ .
3. Calculer la dérivée de f et étudier les variations de f . Donner son tableau de variations.
4. Tracer la courbe \mathcal{C} .

V

Soit la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = xe^{-2x} + x - 1.$$

1. Déterminer $f'(x)$.
2. (a) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $f'(x) > 1$.
(b) Étudier le sens de variation de la fonction f' .
(c) Calculer $f'(1)$; en déduire le signe de $f'(x)$.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[0 ; 2]$ dont on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près.