Correction

I

1. $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BQ}=4\times 2=\boxed{8}$
2. $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{JC}=\overrightarrow{BC}.BC=4^2=\boxed{16}$
3. $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{OB}=-4\times 2=\boxed{-8}$
4. $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{BC}.\left(\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BA}\right)=\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BC}.0\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{JA}+4\times 2=4\times 2+8=\boxed{16}$
5. $\overrightarrow{BO}.\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{BO}.\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{BO}.\overrightarrow{OB}=-2^2=\boxed{-4}$.
6. $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{BC}.\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BI}\right)=\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BI}=-4^2+\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AJ}=-16-4\times 2=\boxed{-24}$

II

1. $AB^2=\overrightarrow{AB}^2=\left(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}\right)^2=\overrightarrow{CB}^2+\overrightarrow{CB}^2-2\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}=BC^2+AC^2-2CA\times CB\times\cos\widehat{C}$.

   On en déduit : $\cos\widehat{C}=-\dfrac{AB^2-AC^2-BC^2}{2AC\times BC}=-\dfrac{1}{2}$ donc $\boxed{\widehat{C}=120^\circ}$
2. On trouve de même $\cos\widehat{A}=-\dfrac{BC^2-BA^2-CA^2}{2BA\times CA}=\dfrac{13}{14}$ d'où : $\widehat{A}\approx\boxed{21,79\ ^\circ}$

III

$ABCD$ est un parallélogramme.

$AC^2+BD^2=\overrightarrow{AC}^2+\overrightarrow{BD}^2=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)^2+\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}\right)^2=AB^2+BC^2+2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}+BC^2+CD^2+2\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CD}$

$=AB^2+BC^2+BC^2+CD^2++2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CD}=AB^2+BC^2+BC^2+CD^2+2\overrightarrow{BC}.\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\right)$

$=AB^2+BC^2+BC^2+CD^2+2\overrightarrow{BC}.\vec{0}=AB^2+BC^2+BC^2+CD^2$.

$\boxed{AC^2+BD^2=AB^2+BC^2+BC^2+CD^2=2\left(AB^2+BC^2\right)}$.

Dans un parallélogramme, la somme des carrés des diagonales est égale à la somme des carrés des côtés.

IV

1. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de la tangente qui admet donc une équation de la forme :

   $$-3x+2y+c=0.$$

   La tangente doit passer par B. On en déduit que $-3\times(-1)+2\times 3+c=0$ donc $c=-9$.
   Une équation de la tangente est donc : $\boxed{-3x+2y-9=0}$.
2. Le rayon du cercle est égal à la distance AB. Or, $AB=\sqrt{(-3)^2+2^2}=\sqrt{13}$.
   Une équation du cercle est donc $AM^2=\overrightarrow{AM}^2=(x-x_A)^2+\left(y-y_A\right)^2=13$, c'est à dire $\boxed{(x-2)^2+(y-1)^2=13}$.