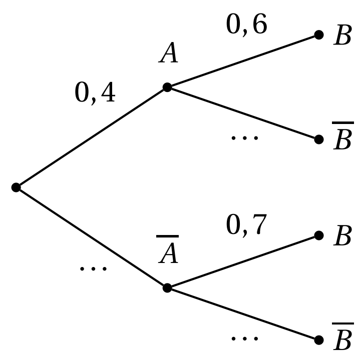
# TS : contrôle sur les probabilités conditionnelles et loi binomiale (2 heures)

## I

Dans une population donnée, on étudie des caractères génétiques de deux sortes, $\mathscr{A}$ et $\mathscr{B}$.

On choisit au hasard une personne dans la population. On note $A$ l'événement « la personne possède le caractère $\mathscr{A}$ » et $B$ l'événement « la personne possède le caractère $\mathscr{B}$ ».

Claire a construit l'arbre suivant :




1. Traduire à l'aide des événements $A$ et $B$ les données de l'arbre.
2. (a) Trouver $p(B)$ et $p\left(\overline{B}\right)$

   (b) Quelle est la probabilité qu'une personne ne possède pas le caractère $\mathscr{B}$ sachant qu'elle possède le caractère $\mathscr{A}$ ?

## II Vrai ou Faux

*On justifiera chaque réponse.*

a) Si $p(A)=0,3$ et $p(B)=0,7$, alors $B=\overline{A}$

b) Si $p(A)=0,2$ et $p(B)=0,6$, alors $p(A\cap B)=0,12$

c) Si $p(A)=0,2$ et $p_A(B)=0,3$, alors $p(A\cap B)=0,06$

d) On suppose que $p(A)=0,2$, que $p_A(B)=0,3$ et que $p_{\overline{A}}(B)=0,8$, alors $p(B)=0,7$

e) On suppose que $p(A)=0,2$, que $p_A(B)=0,3$ et que $p(B)=0,8$, alors $p(A\cup B)=0,94$.

## III

Les valeurs approchées des résultats seront données à $10^{-4}$ près.

Un fabricant d'ampoules possède deux machines, notées A et B. La machine A fournit 65 % de la production, et la machine B fournit le reste. Certaines ampoules présentent un défaut de fabrication :

- à la sortie de la machine A : 8 % des ampoules présentent un défaut ;
- à la sortie de la machine B : 5 % des ampoules présentent un défaut.

On définit les événements suivants :

- A : « l'ampoule provient de la machine A »
- B : « l'ampoule provient de la machine B »
- D : « l'ampoule présente un défaut ».

1. On prélève un ampoule au hasard parmi la production totale d'une journée.
   (a) Construire un arbre pondéré représentant la situation.
   (b) Calculer la probabilité de tirer une ampoule sans défaut qui provienne de la machine B.
   (c) Montrer que la probabilité de tirer une ampoule sans défaut est égale à 0,930 5.
   (d) L'ampoule tirée est sans défaut. Calculer la probabilité qu'elle provienne de la machine A.
2. On prélève 10 ampoules au hasard parmi la production d'une journée à la sortie de la machine A. La taille du stock permet de considérer les épreuves comme indépendantes et d'assimiler les tirages à des tirages avec remise. On appelle $X$ la variable aléatoire qui associe le nombre d'ampoules sans défaut issues du prélèvement.
   (a) Quelle est la loi que suit $X$. On se justifiera.
   (b) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 7 ampoules sans défaut.
   (c) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 9 ampoules sans défaut.
   (d) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 2 ampoules présentant un défaut.

# IV Jus de fruit

Dans un supermarché, on réalise une étude sur la vente de bouteilles de jus de fruits sur une période d'un mois.

- 40 % des bouteilles vendues sont des bouteilles de jus d'orange ;
- 25 % des bouteilles de jus d'orange vendues possèdent l'appellation « pur jus ».

Parmi les bouteilles qui ne sont pas de jus d'orange, la proportion des bouteilles de « pur jus » est notée $x$, où $x$ est un réel de l'intervalle $[0\,;\,1]$.

Par ailleurs, 20 % des bouteilles de jus de fruits vendues possèdent l'appellation « pur jus ».

On prélève au hasard une bouteille de jus de fruits passée en caisse.

On définit les événements suivants :

R : « la bouteille prélevée est une bouteille de jus d'orange » ;

J : « la bouteille prélevée est une bouteille de « pur jus » ».

**Partie A**

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Déterminer la valeur exacte de $x$.
3. Une bouteille passée en caisse et prélevée au hasard est une bouteille de « pur jus ».
   Calculer la probabilité que ce soit une bouteille de jus d'orange.

**Partie B**

Afin d'avoir une meilleure connaissance de sa clientèle, le directeur du supermarché fait une étude sur un lot des 500 dernières bouteilles de jus de fruits vendues. On note $X$ la variable aléatoire égale au nombre de bouteilles de « pur jus » dans ce lot. On admettra que le stock de bouteilles présentes dans le supermarché est suffisamment important pour que le choix de ces 500 bouteilles puisse être assimilé à un tirage au sort avec remise.

1. Déterminer la loi suivie par la variable aléatoire $X$. On se justifiera et on donnera les paramètres de cette loi.
2. Déterminer la probabilité pour qu'au moins 75 bouteilles de cet échantillon de 500 bouteilles soient de « pur jus ». On arrondira le résultat au millième.