

TS : Exercices sur les suites

I

Un investisseur dépose 5 000 € sur un compte rémunéré à 3 % par an (taux d'intérêts composés, c'est-à-dire que les intérêts s'ajoutent au capital précédent pour former le nouveau capital).

Chaque année suivante, il ajoute 300 € sur son compte.

On note (u_n) la somme épargnée à l'année n .

1. Montrer que $u_0 = 5000$, et que pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = 1,03u_n + 300.$$

u_n est de la forme $au_n + b$: on dit que la suite (u_n) est géométrique.

2. À l'aide de la calculatrice, calculer la somme totale épargnée à la 10^e année.
3. Prouver que la suite (v_n) définie pour tout entier n par $v_n = u_n + 10000$ est géométrique et donner sa raison et son premier terme.
4. Exprimer v_n en fonction de n .
5. En déduire u_n en fonction de n .
Retrouver alors le résultat de la question 2. par calcul.
6. Etudier les variations de (u_n) .

II D'après bac ES mai 2013

Partie A

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 10$ et pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = 0,9u_n + 1,2.$$

1. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 12$.
 - (a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - (b) Exprimer v_n en fonction de n .
 - (c) En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 12 - 2 \times 0,9^n$.

2. Déterminer la limite de la suite (v_n) et en déduire celle de la suite (u_n) .

On admettra (provisoirement) que $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$ si $-1 < q < 1$

Partie B

En 2012, la ville de Bellecité compte 10 milliers d'habitants. Les études démographiques sur les dernières années ont montré que chaque année :

- 10 % des habitants de la ville meurent ou déménagent dans une autre ville ;
- 1 200 personnes naissent ou emménagent dans cette ville.

1. Montrer que cette situation peut être modélisée par la suite (u_n) où u_n désigne le nombre de milliers d'habitants de la ville de Bellecité l'année 2012 + n .
2. Un institut statistique décide d'utiliser un algorithme pour prévoir la population de la ville de Bellecité dans les années à venir.

Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il calcule la population de la ville de Bellecité l'année 2012 + n .

VARIABLES

a, i, n .

INITIALISATION

Choisir n

a prend la valeur 10

TRAITEMENT

Pour i allant de 1 à n ,

a prend la valeur ...

SORTIE

Afficher a

3. (a) À l'aide de la calculatrice, trouver le plus petit entier naturel n tel que :

$$12 - 2 \times 0,9^n > 11,5.$$

- (b) En donner une interprétation.