TS : TD n° 1 sur les logarithmes

I

Résoudre :

a) $\ln(x^2) = -1$

b) $\ln(x^2 + 2x) = \ln(2 - x)$

c) $\ln(\ln x) = 0$

d) $\ln(x + 1) + \ln(x + 2) = \ln[(x + 1)(x + 2)]$

II

Résoudre les inéquations :

a) $\ln(\ln x) \geqslant 0$

b) $\dfrac{\ln x + 2}{\ln x - 1} < 0$

c) $\ln(x^2 - 4) > 0$

III

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = \mathrm{e} \\ u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{u_n}{\mathrm{e}}} \end{cases}$.

1. A l'aide de la calculatrice, conjecturer la limite de la suite.
2. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = \ln(u_n) + 1$.
   (a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique.
   (b) En déduire une expression de v_n puis une expression de u_n en fonction de n.
   (c) Déterminer la limite de u_n quand n tend vers $+\infty$.

TS : TD n° 1 sur les logarithmes

I

Résoudre :

a) $\ln(x^2) = -1$

b) $\ln(x^2 + 2x) = \ln(2 - x)$

c) $\ln(\ln x) = 0$

d) $\ln(x + 1) + \ln(x + 2) = \ln[(x + 1)(x + 2)]$

II

Résoudre les inéquations :

a) $\ln(\ln x) \geqslant 0$

b) $\dfrac{\ln x + 2}{\ln x - 1} < 0$

c) $\ln(x^2 - 4) > 0$

III

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = \mathrm{e} \\ u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{u_n}{\mathrm{e}}} \end{cases}$.

1. A l'aide de la calculatrice, conjecturer la limite de la suite.
2. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = \ln(u_n) + 1$.
   (a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique.
   (b) En déduire une expression de v_n puis une expression de u_n en fonction de n.
   (c) Déterminer la limite de u_n quand n tend vers $+\infty$.