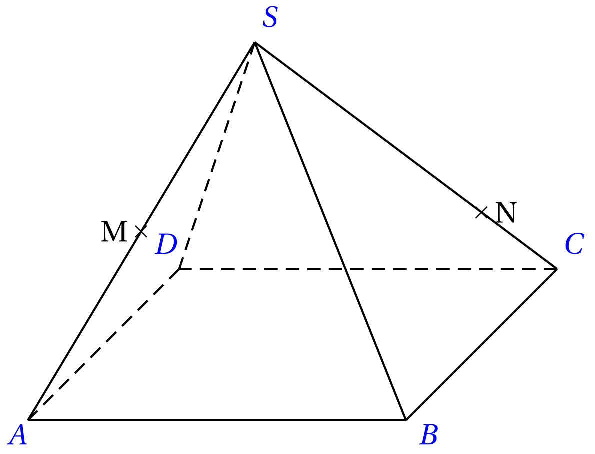
TS : contrôle de géométrie dans l'espace

I (3 points)

SABCD est une pyramide régulière à base carrée. M est le milieu de [SA], N est le point de [SC] tel que $SN = \dfrac{3}{4}SC$.

1. Démontrer que les droites (MN) et (AC) sont sécantes.
2. Placer le point d'intersection de (MN) et (AC).

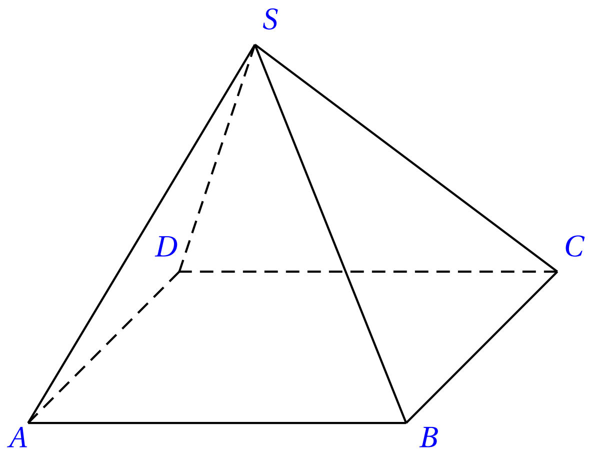


II (3 points)

Dans un tétraèdre ABCD, I est un point de l'arête [AB], J un point de l'arête [CD].

Le but de l'exercice est de trouver l'intersection des plans (AJB) et (CID).

1. Prouver que chacun des points I et J appartient à la fois aux plans (AJB) et (CID).
2. Quelle est alors l'intersection de ces deux plans.

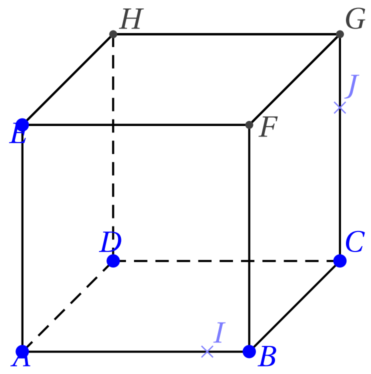


III (3 points)

On considère un cube ABCDEFGH,

I est un point de l'arête [AB], J un point de l'arête [CG].

Quelle est l'intersection des plans (ABJ) et (CGI) ?



IV (3 points)

Dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$, on considère les points $A(0\,;\,3\,;\,4)$, $B(1\,;\,-1\,;\,-1)$ et $C(2\,;\,0\,;\,2)$.

1. Calculer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$.
2. En déduire une mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

V (2 points)

Dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$, on considère le point A(1 ; 3 ; -5) et le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-5\\2\end{pmatrix}$.

Donner une équation du plan $\mathscr{P}$ de vecteur normal $\vec{n}$ et passant par A.

VI (3 points)

Dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$, on considère les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{Q}$ d'équations respectives :

$\mathscr{P}$: $2x+3y-5z+8=0$ et

$\mathscr{Q}$: $3x-7y-3z-5=0$.

Les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{Q}$ sont-ils perpendiculaires ?

VII (3 points)

Dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$, on considère le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $2x+3y-z+2=0$ et un point $A(1\,;\,5\,;\,-2)$.

Donner une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$ passant par A et perpendiculaire au plan $\mathscr{P}$.