TS : TD (continuité et dérivation)

I

Soit f une fonction continue sur $[0~;~1]$ et dont les images appartiennent à $[0~;~1]$. Montrer que f admet un point fixe, c'est-à-dire qu'il existe un nombre x tel que $f(x) = x$.

II

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} g(x) = \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$.

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1. Étudier la parité de g.
2. Montrer que g est continue en 0.
3. La fonction g est-elle dérivable en 0 (on pourra poser $h = x^2$). Interpréter graphiquement.
4. Déterminer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.

   Interpréter graphiquement.
5. Étudier le sens de variation de

III D'après Réunion juin 2004

Une fonction f a sur $[0+\infty[$ pour tableau de variation :

x	0	1	$+\infty$
$f(x)$	1 ↘	0	↗ 1

1. Soit n un entier naturel n supérieur ou égal à 2. Montrer que l'équation $f(x) = \dfrac{1}{n}$ admet deux solutions u_n et v_n, respectivement comprises dans les intervalles $[0~;~1]$ et $[1~;~+\infty[$.
2. Déterminer le sens de variation des suites $(_n)$ et (v_n).
3. Montrer que la suite (u_n) converge et trouver sa limite.
4. Montrer de même que la suite (u_n) converge et trouver sa limite.

IV

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1-\cos x}{x}$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 0$.

1. f est-elle continue en 0 ?
2. f est-elle dérivable en 0 ? On pourra utiliser la formule $1-\cos x = 2\sin^2\left(\dfrac{x}{2}\right)$.
3. f est)elle dérivable sur $\mathbb{R}$?

TS : TD (continuité et dérivation)

I

Soit f une fonction continue sur $[0~;~1]$ et dont les images appartiennent à $[0~;~1]$. Montrer que f admet un point fixe, c'est-à-dire qu'il existe un nombre x tel que $f(x) = x$.

II

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} g(x) = \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$.

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1. Étudier la parité de g.
2. Montrer que g est continue en 0.
3. La fonction g est-elle dérivable en 0 (on pourra poser $h = x^2$). Interpréter graphiquement.
4. Déterminer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.

   Interpréter graphiquement.
5. Étudier le sens de variation de

III D'après Réunion juin 2004

Une fonction f a sur $[0+\infty[$ pour tableau de variation :

x	0	1	$+\infty$
$f(x)$	1 ↘	0	↗ 1

1. Soit n un entier naturel n supérieur ou égal à 2. Montrer que l'équation $f(x) = \dfrac{1}{n}$ admet deux solutions u_n et v_n, respectivement comprises dans les intervalles $[0~;~1]$ et $[1~;~+\infty[$.
2. Déterminer le sens de variation des suites $(_n)$ et (v_n).
3. Montrer que la suite (u_n) converge et trouver sa limite.
4. Montrer de même que la suite (u_n) converge et trouver sa limite.

IV

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1-\cos x}{x}$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 0$.

1. f est-elle continue en 0 ?
2. f est-elle dérivable en 0 ? On pourra utiliser la formule $1-\cos x = 2\sin^2\left(\dfrac{x}{2}\right)$.
3. f est)elle dérivable sur $\mathbb{R}$?