

Exercices sur les primitives

I

Calculer, en u.a. :

a) $\int_{-1}^1 3 \, dx$

b) $\int_{-5}^2 \, dx$

c) $\int_0^2 (4-x) \, dx$

II

Soit f une fonction impaire définie et continue sur \mathbb{R} .

On suppose que f est positive sur $[0 ; +\infty[$.

Que vaut $\int_{-a}^a f(x) \, dx$ pour tout $a \in \mathbb{R}$?

III

Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = x^2 + 2 + e^x$ sur \mathbb{R}

b) $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^3}$ sur $]0 ; +\infty[$

c) $f(x) = \frac{1}{3\sqrt{x}} + x - 1$ sur $]0 ; +\infty[$

d) $f(x) = 3(2x+5)^4$ sur \mathbb{R}

e) $f(x) = 5 \cos x \sin^2 x$ sur \mathbb{R}

f) $f(x) = -\frac{3}{x} (\ln x + 2)^2$

g) $f(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$ sur $]0 ; \pi[$

h) $f(x) = \frac{3}{(-4x+1)^2}$ sur $\left] \frac{1}{4} ; +\infty \right[$

i) $f(x) = \frac{x}{(x^2 - 1)^7}$ sur $]-\infty ; -1[$

j) $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ sur \mathbb{R} .

k) $f(x) = x e^{-x^2+1}$ sur \mathbb{R}

IV

f est la fonction définie sur $]-1 ; 2[$ par

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)(x-2)}$$

.

1. Déterminer les réels a et b tels que

$$f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-2}.$$

2. En déduire une primitive de f sur $]-1 ; 2[$.