I Amérique du Nord mai 2012

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$.
On considère l'application f du plan dans lui mÎme qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = z^2$.
On note Ω le point d'affixe 1.

1. $f(M) = M \Leftrightarrow z^2 = z \Leftrightarrow z^2 - z = 0 \Leftrightarrow z(z-1) = 0 \Leftrightarrow z \in \{0 ; 1\}$. $\boxed{\Gamma_1 = \{O ; \Omega\}}$
2. Soit A le point d'affixe $a = \sqrt{2} - \mathrm{i}\sqrt{2}$.
   (a) $a = \sqrt{2}(1-\mathrm{i})$ donc $|a| = \sqrt{2}|1-\mathrm{i}| = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$.
   On en déduit $a = 2\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = \boxed{2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}}$.
   (b) On cherche les antécédents de A, c'est à dire les points d'affixe z tels que $z^2 = a$.
   Posons $z = r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$. Alors $z^2 = r^2\mathrm{e}^{\mathrm{i}(2\theta)}$.
   On doit avoir $r^2 = 2$ donc $r = \sqrt{2}$ (car $r > 0$).
   $2\theta = -\dfrac{\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ donc $\theta = -\dfrac{\pi}{8} + k\pi$.
   On prend $\theta = -\dfrac{\pi}{8}$ et $\theta = \dfrac{7\pi}{8}$.
   On trouve $z_1 = \sqrt{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{8}}$ et $z_2 = \sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{7\pi}{8}} = -\sqrt{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{8}} = -z_1$.
   Les deux points ont pour affixe $\boxed{z_1 = \sqrt{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{8}}}$ et $\boxed{z_2 = -z_1}$.
3. On cherche z tel que $z' \in \mathrm{i}\mathbb{R} \Leftrightarrow z^2 \in \mathrm{i}\mathbb{R}$.
   On pose $z = x + \mathrm{i}y$; alors $z^2 = x^2 - y^2 + 2\mathrm{i}xy$.
   $z^2 \in \mathrm{i}\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow (x+y)(x-y) = 0 \Leftrightarrow y = -x$ ou $y = x$.
   Γ_2 est la réunion des deux droites d'équation $y = -x$ et $y = x$.
4. Dans cette question, on souhaite déterminer l'ensemble Γ_3 des points M distincts de Ω pour lesquels le triangle $\Omega MM'$ est rectangle isocèle direct en Ω.
   (a) On doit avoir $\left|\dfrac{z' - z_\Omega}{z - z_\Omega}\right| = 1$ et $\arg\left(\dfrac{z' - z_\Omega}{z - z_\Omega}\right) = \left(\overrightarrow{\Omega M} ; \overrightarrow{\Omega M'}\right) = \dfrac{\pi}{2}$ donc $\dfrac{z' - z_\Omega}{z - z_\Omega} = \mathrm{i}$ d'où :
   $z' - z_\Omega = \mathrm{i}(z - z_\Omega) \Leftrightarrow z' - 1 = \mathrm{i}(z-1) \Leftrightarrow z' = \mathrm{i}(z-1) + 1$. (avec $z \neq 1$, car $M \neq \Omega$)

   Or $z' = z^2$ donc $z^2 = \mathrm{i}(z-1) + 1$ d'où $\boxed{z^2 - \mathrm{i}z - 1 + \mathrm{i} = 0}$.
   (b) Pour tout $z \in \mathbb{C}$, $(z-1)(z+1-\mathrm{i}) = z^2 + (1-\mathrm{i})z - z - 1 + \mathrm{i} = z^2 - \mathrm{i}z - 1 + \mathrm{i}$
   donc : $\boxed{z^2 - \mathrm{i}z - 1 + \mathrm{i} = (z-1)(z+1-\mathrm{i})}$
   (c) $z^2 - \mathrm{i}z - 1 + \mathrm{i} = (z-1)(z+1-\mathrm{i}) = 0 \Leftrightarrow (z-1)(z+1-\mathrm{i}) = 0$.
   Dans $\mathbb{C}$, un produit de facteurs est nul si, et seulement si, l'un des facteurs est nul.
   Les solutions sont $z = 1$ et $z = -1 + \mathrm{i}$. Or $z \neq 1$ donc Γ_3 est constitué de l'unique point d'affixe $-1 + \mathrm{i}$.
5. Soit M un point d'affixe z différente de 0 et de 1.
   (a) Pour $z \neq 0$ et $z \neq 1$, $\left(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OM'}\right) = \arg\left(\dfrac{z'}{z}\right) = \arg\left(\dfrac{z^2}{z}\right) = \arg(z)$.
   (b) Les points O, M et M' sont alignés si, et seulement si, $\left(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OM'}\right) = 0 + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ donc $\arg(z) = k\pi$.
   On en déduit que Γ_4 est l'axe des réels, privé des points de O et de Ω.

II Équation du second degré à coefficients complexes

On considère l'équation (E) : $\mathrm{i}z^2 - 2z + 4\mathrm{i} + 12 = 0$.

1. $f(z) = \mathrm{i}\left[z^2 + 2\mathrm{i}z + 4 - 12\mathrm{i}\right] = \mathrm{i}\left[(z+\mathrm{i})^2 - \mathrm{i}^2 + 4 - 12\mathrm{i}\right] = \mathrm{i}\left[(z+\mathrm{i})^2 + 5 - 12\mathrm{i}\right] = \boxed{\mathrm{i}\left[(z+\mathrm{i})^2 - (5-12\mathrm{i})\right]}$.
2. (a) $(a+\mathrm{i}b)^2 = a^2 - b^2 + 2ab\mathrm{i}$.
   Alors :
   $(a+\mathrm{i}b)^2 = 5 - 12\mathrm{i} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = -5 \\ 2ab = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = -5 \\ ab = 6 \end{cases}$.
   (b) $\begin{cases} a^2 - b^2 = -5 \\ ab = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{6}{a} \\ a^2 - \left(\dfrac{6}{a}\right)^2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{6}{a} \\ a^4 + 5a^2 - 36 = 0 \end{cases}$.
   L'équation $a^4 + 5a^2 - 36 = 0$ st une équation bicarrée ; on pose $A = a^2$.
   $a^4 + 5a^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = a^2 \\ A^2 + 5A - 36 = 0 \end{cases}$.
   On résout : $A^2 + 5A - 36 = 0$; $\Delta = 169 > 0$; l'équation a deux solutions : $A_1 = -9$ et $A_2 = 4$.

On résout alors : $a^2 = A_1 = -9$ n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$; ;$a^2 = A_2 = 4$ a deux solutions, -2 et 2.
Choisissons par exemple : $a = 2$; on en déduit alors $b = 3$.
Un nombre complexe vérifiant $(a + \mathrm{i}b)^2 = -5 + 12\mathrm{i}$ est donc $2 + 3\mathrm{i}$.

3. On a alors : $f(z) = \mathrm{i}\left[(z+\mathrm{i})^2 - (2+3\mathrm{i})^2\right] = \mathrm{i}(z+\mathrm{i}+2+3\mathrm{i})(z+\mathrm{i}-2-3\mathrm{i}) = \boxed{\mathrm{i}(z+2+4\mathrm{i})(z-2-2\mathrm{i})}$
L'équation $f(z=0)$ s'écrit donc $\mathrm{i}(z+2+4\mathrm{i})(z-2-2\mathrm{i}) = 0$ qui a pour solutions :
$$\boxed{\mathscr{S} = -2-4\mathrm{i}\ ;\ 2+2\mathrm{i}}$$

III Quand boire sa tasse de café ?

On souhaite étudier la loi de refroidissement d'une tasse de café chaud.

On suppose que la température ambiante de la pièce dans laquelle se trouve le café est constante et égale à 20 °C.
On note $f(t)$ la température (en °C) du café à l'instant t (en min).
Ainsi, $f'(t)$ représente la vitesse de refroidissement à l'instant t (ou taux de perte de chaleur).
La loi de refroidissement, énoncée par Sir Isaac Newton est : « La vitesse de refroidissement d'un corps est proportionnelle à la différence de température entre ce corps et le milieu ambiant ».
Ici, on estime que cette loi aboutit à la condition (E) :
$$(\mathrm{E}) : f'(t) = -0,2[f(t) - 20].$$

1. Soit f la fonction définie par $f(t) = k\mathrm{e}^{-0,2t} + 20$, $k \in \mathbb{R}$.
$f = ku$ donc $f' = ku'$ avec $u(t) = mathrme^{-0,2t} + 20$ et $u'(t) = -0,2\mathrm{e}^{-0,2t}$ d'où $f'(t) = -0,2k\mathrm{e}^{-0,2t}$.
Alors : $-0,2[f(t) - 20] = -0,2[k\mathrm{e}^{-0,2t}] = -0,2k\mathrm{e}^{-0,2t}$ donc f vérifie bien la relation (E).
On admet que toutes les fonctions vérifiant cette relation (E) sont les fonctions f définies par :
$$f(t) = k\mathrm{e}^{-0,2t} + 20,\ k \in \mathbb{R}.$$
2. $f(0) = 80 \Leftrightarrow k + 20 = 80 \Leftrightarrow k = 60$ donc $\boxed{f(t) = 60\mathrm{e}^{-0,2t} + 20}$.
3. La température du café au bout de 5 minutes est $f(5) = 60\mathrm{e}^{-1} + 20 \approx 42°$.
4. $f'(t) = 60 \times -0,2\mathrm{e}^{-0,2t} = -12\mathrm{e}^{-0,2t} < 0$ donc la fonction est décroissante
5. $f(t) = 40 \Leftrightarrow 60\mathrm{e}^{-0,2t} + 20 = 40 \Leftrightarrow 60\mathrm{e}^{-0,2t} = 20 \Leftrightarrow \mathrm{e}^{-0,2t} = \dfrac{20}{60} = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow -0,2t = \ln\left(\dfrac{1}{3}\right) = -\ln 3 \Leftrightarrow t = \dfrac{-\ln 3}{-0,2} = \dfrac{\ln 3}{0,2}$
$\approx 5,493$ min, soit 5 min $+0,493 \times 60$s $\approx \boxed{5 \text{ min } 30 \text{ s}}$.
Il doit attendre 5 min 30 s pour pouvoir boire son café.

IV

Partie A : Restitution organisée des connaissances

On effectue un changement de variable, en possant $X = \ln(x)$; alors $x = \mathrm{e}^X$.
Lorsque x tend vers $+\infty$, X tend aussi vers $+\infty$.
Par conséquent : $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = \lim_{X\to+\infty} \frac{X}{\mathrm{e}^X} = \lim_{X\to+\infty} \frac{1}{\frac{\mathrm{e}^X}{X}} = 0$ d'après le rappel.

Partie B

1. Soit g la fonction définie sur $[1\ ;\ =\infty[$ par $g(x) = x^2 - 1 + \ln(x)$.
g est dérivable sur $[1\ ;\ +\infty[$ comme somme de fonctions dérivables.
Pour tout $x \in [1\ ;\ +\infty[$, $g'(x) = 2x + \dfrac{1}{x} > 0$ (somme de nombres positifs).
g est donc croissante sur $[1\ ;\ +\infty[$.
$g(1) = 0$.
Le tableau de variation de g est donc :

x	1	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	0	$\nearrow$

Le minimum de g est 0, donc $g(x)$ est positif pour tout $x \in [1\ ;\ +\infty[$.
2. (a) f est dérivable sur $[1\ ;\ +\infty[$ comme somme et quotient de fonctions dérivables sur $[1\ ;\ +\infty[$.
Pour tout $x \in [1\ ;\ +\infty[$, $f'(x) = 1 - \left[\dfrac{\frac{1}{x} \times x - \ln(x)}{x^2}\right] = 1 - \dfrac{1 - \ln(x)}{x^2} = \dfrac{x^2 - 1 + \ln(x)}{x^2} = \dfrac{g(x)}{x^2}$ donc $\boxed{f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}}$.
(b) Comme $x^2 > 0$ sur $[1\ ;\ +\infty[$, $f'(x)$ est du signe de $g(x)$, donc positif sur $[1\ ;\ +\infty[$ avec $f'(1) = 0$.
(c) Pour tout $x \in [1\ ;\ +\infty[$, $f(x) - x = -\dfrac{\ln(x)}{x}$.
D'après la partie A, $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$ donc $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} [f(x) - x] = 0$.
La droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = x$ est donc asymptote à $\mathscr{C}$ au voisinage de $+\infty$.
(d) Pour tout $x \in [1\ ;\ +\infty[$, $f(x) - x = -\dfrac{\ln(x)}{x} < 0$ car $\ln(x) \geqslant 0$ et $x > 0$.
La courbe $\mathscr{C}$ est donc en dessous de son asymptote $\mathscr{D}$ (avec intersection en $x = 1$).
3. (a) On a donc $M_kN_k = y_{N_k} - y_{M_k} = \dfrac{\ln(k)}{k}$.
(b) L'algorithme est :

```
VARIABLES
  k EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  k PREND_LA_VALEUR 2
  TANT_QUE (ln(k)/k>0.01) FAIRE
    DEBUT_TANT_QUE
    k PREND_LA_VALEUR k+1
    FIN_TANT_QUE
  AFFICHER k
FIN_ALGORITHME
```

V Centres étrangers juin 2012

Partie A : Conjecture graphique

Les solutions de l'équation (E) sont les abscisses des points d'intersection des deux courbes. Il semble y en avoir 2. L'une comprise entre -1 et 0, l'autre entre 0 et 1.

Partie B : étude de la validité de la conjecture graphique

1. (a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2+x^3 = x^2(1+x)$. Comme un carré est positif ou nul, x^2+x^3 est du signe de $1+x$.
   — $x^2+x^3 = 0$ pour $x \in \{-1\,;\,0\}$.
   — $x^2+x^3 > 0$ pour $x \in]-1\,;\,0[\cup]0\,;\,+\infty[$.
   — $x^2+x^3 < 0$ pour $x \in]\infty\,;\,-1[$.

   (b) x solution de $(E) \Leftrightarrow \mathrm{e}^x = 3\left(x^2+x^3\right) \Leftrightarrow x^2+x^3 = \dfrac{\mathrm{e}^x}{3}$. Or, pour tout réel x, $\dfrac{\mathrm{e}^x}{3} > 0$, alors que $x^2+x^3<0$ pour $x \in]\infty\,;\,-1[$. (E) n'a pas de solution sur l'intervalle $]-\infty\,;\,-1]$.

   (c) $\mathrm{e}^x = 1$ et $3\times(0^2+0^3) = 0$. Donc 0 n'est pas solution de (E).

2. $\forall x \in]-1\,;\,0[\cup]0\,;\,+\infty[$, (E)

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \quad \mathrm{e}^x = 3\left(x^2+x^3\right) \\
&\Leftrightarrow \quad \ln \mathrm{e}^x = \ln\left(3\left(x^2+x^3\right)\right) && a=b \Leftrightarrow \ln a = \ln b \\
&\Leftrightarrow \quad x = \ln 3 + \ln\left(x^2\,(1+x)\right) && \ln(ab) = \ln a + \ln b \\
&\Leftrightarrow \quad x = \ln 3 + \ln\left(x^2\right) + \ln(1+x) \\
&\Leftrightarrow \quad \ln 3 + \ln\left(x^2\right) + \ln(1+x) - x = 0 \\
&\Leftrightarrow \quad h(x) = 0
\end{aligned}$$

3. (a) h est une somme et composée de fonctions de référence dérivables, donc h est bien dérivable sur $]-1\,;\,0[\cup]0\,;\,+\infty[$.
   Si $u>0$ sur un intervalle, alors $\ln u$ est dérivable sur cet intervalle et sa dérivée est $\dfrac{u'}{u}$.
   Pour tout réel $x \in]-1\,;\,0[\cup]0\,;\,+\infty[$, $h'(x) = 0 + \dfrac{2x}{x^2} + \dfrac{1}{x+1} - 1 = \dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{x+1} - 1 = \dfrac{2(x+1)+x-x(x+1)}{x(x+1)}$
   On a bien : $h'(x) = \dfrac{-x^2+2x+2}{x(x+1)}$.

   (b) Pour étudier le sens de variations de h, on étudie le signe de sa dérivée.
   Les numérateurs et dénominateurs sont des trinÙmes du second degré.
   Pour le dénominateur, les racines sont 0 et -1, le coefficient dominant est $1>0$. Il est donc positif « ‡ l'extérieur » des racines, négatif « entre » les racines (voir le tableau).
   Pour le numérateur, pas de racine évidente. On calcule donc le discriminant. On trouve : $\Delta = 12 > 0$ et les deux racines sont $x_1 = \dfrac{-2+2\sqrt{3}}{-2} = 1-\sqrt{3}$ et $x_2 = 1+\sqrt{3}$. Le coefficient dominant est $-1>0$, d'où le signe...
   Étude des limites aux bornes :
   — Limite en -1

$$\left.\begin{array}{l}
\lim\limits_{x\to-1} \ln 3 - x = \ln 3 - 1 \\
\left\{\begin{array}{lcl}\lim\limits_{x\to-1} x^2 &=& 1\\ \lim\limits_{X\to1} \ln X &=& 0\end{array}\right. \overset{\text{par composition}}{\Longrightarrow} \lim\limits_{x\to-1} \ln x^2 = 0 \\
\left\{\begin{array}{lcl}\lim\limits_{x\to-1} 1+x &=& 0\\ \lim\limits_{X\to0} \ln X &=& -\infty\end{array}\right. \overset{\text{par composition}}{\Longrightarrow} \lim\limits_{x\to-1} \ln(1+x) = -\infty
\end{array}\right\} \overset{\text{par somme}}{\Longrightarrow} \lim\limits_{x\to-1} h(x) = 0$$

   — Limite en 0

$$\left.\begin{array}{l}
\lim\limits_{x\to0} \ln 3 - x = \ln 3 \\
\left\{\begin{array}{lcl}\lim\limits_{x\to0} x^2 &=& 0\\ \lim\limits_{X\to0} \ln X &=& -\infty\end{array}\right. \overset{\text{par composition}}{\Longrightarrow} \lim\limits_{x\to0} \ln x^2 = -\infty \\
\left\{\begin{array}{lcl}\lim\limits_{x\to0} 1+x &=& 1\\ \lim\limits_{X\to1} \ln X &=& 0\end{array}\right. \overset{\text{par composition}}{\Longrightarrow} \lim\limits_{x\to0} \ln(1+x) = 0
\end{array}\right\} \overset{\text{par somme}}{\Longrightarrow} \lim\limits_{x\to0} h(x) = -\infty$$

   — Limite en $+\infty$

$$\left.\begin{array}{l}
\lim\limits_{x\to+\infty} \ln 3 - x = -\infty \\
\left\{\begin{array}{lcl}\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 &=& +\infty\\ \lim\limits_{X\to+\infty} \ln X &=& +\infty\end{array}\right. \overset{\text{par composition}}{\Longrightarrow} \lim\limits_{x\to+\infty} \ln x^2 = +\infty \\
\left\{\begin{array}{lcl}\lim\limits_{x\to+\infty} 1+x &=& +\infty\\ \lim\limits_{X\to+\infty} \ln X &=& +\infty\end{array}\right. \overset{\text{par composition}}{\Longrightarrow} \lim\limits_{x\to+\infty} \ln(1+x) = +\infty
\end{array}\right\} \overset{\text{par somme}}{\Longrightarrow} \text{on a la F.I. "}+\infty-\infty\text{"}$$

   $h(x) = \ln 3 + (x+1)\left(\dfrac{2\ln x}{x+1} + \dfrac{\ln(1+x)}{x+1} - \dfrac{x}{x+1}\right)$.
   Or
   — $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x}} = 1$

— $\left\{\begin{array}{lcl} \lim\limits_{x \to +\infty} 1+x & = & +\infty \\ \lim\limits_{X \to +\infty} \dfrac{\ln X}{X} & = & 0 \end{array}\right. \overset{\text{par composition}}{\Longrightarrow} \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(1+x)}{x+1} = 0$

— Pour tout $x > 1, 0 \leqslant \dfrac{\ln x}{x+1} < \dfrac{\ln x}{x}$. Par comparaison, $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$ et le théorème des gendarmes assure que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x+1} = 0$

Finalement avec des opérations élémentaires, on obtient enfin $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = -\infty$.

Pour avoir le tableau de variations complet, il nous faut encore les signes de $h\left(1-\sqrt{3}\right) < 0$ et $h(1+\sqrt{3}) > 0$ que l'on obtient avec la calculatrice.

x	-1		$1-\sqrt{3}$		0		$1+\sqrt{3}$		$+\infty$
$-x^2+2x+2$	||	$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	
$x(x+1)$	||	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$h'(x)$	||	$+$	0	$-$	||	$+$	0	$-$	
$h(x)$	||	$\nearrow$	≈ -0.11	$\searrow$	$-\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$\approx 1,7$	$\searrow$	$-\infty$

(c) — Sur l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$, la dérivée s'annule en changeant de signe $(+;-)$, donc $h(1-\sqrt{3})$ est un maximum pour h sur cet intervalle. Or $h(1-\sqrt{3}) < 0$ donc l'équation $h(x) = 0$ n'a pas de solution sur $]-1\ ;\ 0[$. C'est une première contradiction avec la conjecture de la partie A.

— Sur l'intervalle $]0\ ;\ 1+\sqrt{3}[$ la fonction h est dérivable, donc continue ; 0 est compris entre $\lim\limits_{x \to 0} h(x)$ et $h\left(1+\sqrt{3}\right)$, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $h(x) = 0$ admet donc au moins une solution sur $\left]0\ ;\ 1+\sqrt{3}\right[$.
Comme h est strictement monotone sur cet intervalle, cette solution α_1 est unique.
La calculatrice donne : $h(0,61) \approx -0,02$ et $h(0,62) \approx 0,24$.
0 est donc compris entre $h(0,61)$ et $h(0,62)$, le raisonnement précédent assure donc que
$\alpha_1 \in [0,61\ ;\ 0,62]$.
Une valeur approchée de α_1, arrondie au centième est donc par exemple 0,61.

— Comme $h(1+\sqrt{3}) > 0$, 0 est aussi compris entre $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x)$ et $h\left(1+\sqrt{3}\right)$. Le même raisonnement assure donc l'existence d'une autre solution dans cet intervalle. Voir le tableau.
Avec la calculatrice, on trouve 7,11 comme valeur approchée de α_2, arrondie au centième.

(d) La conjecture de la partie A est erronée. Il y a bien deux solutions mais pas dans les intervalles prévus !