

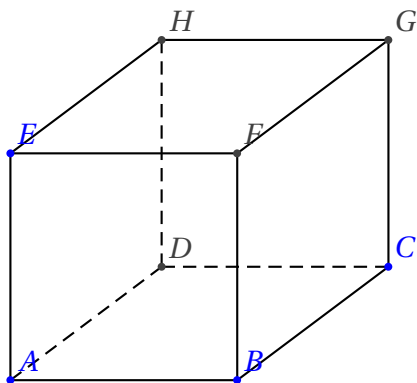
# Géométrie dans l'espace : Feuille d'exercices (1)

## I

$ABCDEFGH$  est un cube.

Déterminer les points  $I, J$  définis par :

1.  $\vec{AI} = \vec{EH} + \vec{CG}$
2.  $\vec{AJ} = \vec{DC} + \frac{1}{2}\vec{FH}$  (on considérera  $O$ , milieu de  $[BD]$ )



## II

1. Montrer que les vecteurs  $\vec{u}(1 ; -3 ; 2)$  et  $\vec{v}(4 ; -12 ; 8)$  sont colinéaires.
2. On considère les points  $A(1 ; 2 ; 0)$ ,  $B(2 ; 1 ; 1)$  et  $C(4 ; -1 ; 3)$ .  
Montrer que les points A, B et C sont alignés.
3. Les vecteurs  $\vec{u}(4 ; -3 ; 6)$  et  $\vec{v}(6 ; 9 ; 9)$  sont-ils colinéaires ?

## III

$ABCD$  est un tétraèdre (figure dans l'espace à quatre faces, donc une pyramide à base triangulaire).

1. Placer les points  $E$  et  $F$  tels que  $\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$   
et  $\vec{AF} = \frac{1}{2}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{AD}$ .
2. Démontrer que les droites  $(EF)$  et  $(BD)$  sont parallèles.

## IV

1. Montrer qu'il existe deux nombres  $a$  et  $b$  tels que :  

$$\begin{cases} 2a + 3b = 1 \\ a - b = 3 \\ a + b = 1 \end{cases}$$
2. En déduire que les vecteurs  $\vec{u}(2 ; 1 ; 1)$ ,  $\vec{v}(3 ; -1 ; 1)$  et  $\vec{w}(1 ; 3 ; 1)$  sont coplanaires et exprimer  $\vec{w}$  en fonction de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .

## V

$ABCDEFGH$  est un cube.  $I$  est le centre du carré  $ADEH$ .

Montrer que les vecteurs  $\vec{BC}$ ,  $\vec{DH}$  et  $\vec{AI}$  sont coplanaires.

## VI

Dans un repère  $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$ , placer les points  $A(2 ; 3 ; 4)$  et  $B(-1 ; 4 ; -3)$ .

Méthode pour placer un point  $M(a ; b ; c)$  dans un repère  $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$  : on place :

- le point  $m(a ; b)$  dans le repère  $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$  du plan  $(xOy)$
- le point  $M$  tel que  $\vec{mM} = c\vec{k}$

## VII

$ABCDEFGH$  est un cube d'arête 1. On prend comme repère  $(A ; \vec{AB} ; \vec{AD} ; \vec{AE})$ .

Quelles sont les coordonnées des différents sommets du cube dans ce repère ?

## VIII

$(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$  est un repère orthonormal. On donne les points  $A(3 ; 0 ; 0)$ ,  $B(1 ; 5 ; 0)$  et  $C(-2 ; 1 ; 2)$ .

1. Calculer les distances  $AB$ ,  $AC$  et  $BC$ .
2. En déduire la nature du triangle  $ABC$ .