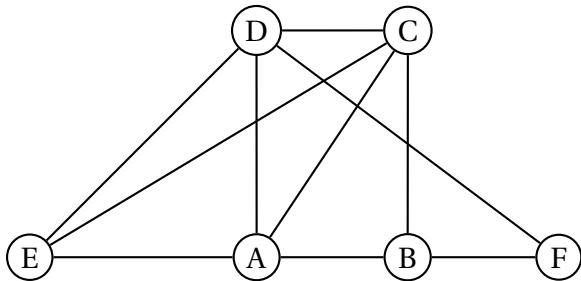


Exercices sur les chaînes et cycles eulériens

I n° 53 page 283

Une grande surface est conçue de telle façon que six secteurs A, B, C, D, E, F soient reliés par des grandes allées comme montré sur le graphe ci-dessous.



- Justifier que le graphe est connexe.

Dresser le tableau donnant le degré de chaque sommet.

- Un visiteur désire parcourir l'ensemble des allées en ne passant par celles-ci qu'une seule fois. Démontrer que son souhait est réalisable et donner un exemple d'un tel parcours.

II n° 56 page 284

On considère le graphe associé à la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Préciser si ces affirmations sont vraies ou fausses.

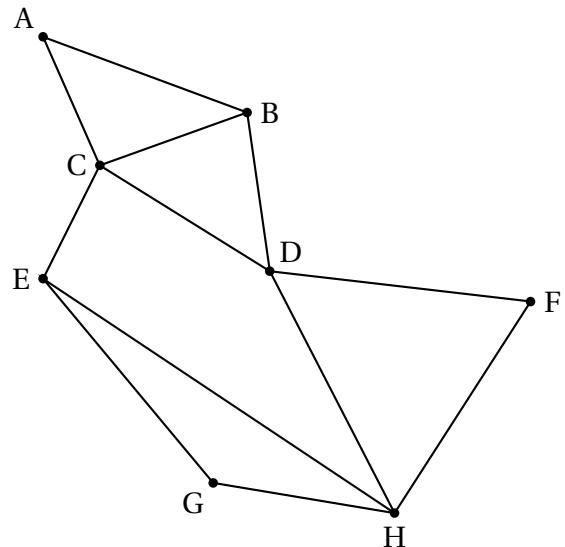
- Ce graphe ne contient pas de boucle.
- Ce graphe est un graphe orienté.

- Le degré du premier sommet est 6.
- Il y a deux arêtes qui partent de B.
- Il y a deux arêtes qui arrivent à B.
- Le graphe contient 11 arêtes.

III d'après Pondichéry avril 2011

Un orchestre doit effectuer une tournée passant par les villes A, B, C, D, E, F, G et H, en utilisant le réseau autoroutier.

Le graphe Γ ci-dessous représente les différentes villes de la tournée et les autoroutes reliant ces villes (une ville est représentée par un point, une autoroute par une arête) :



Est-il possible d'organiser la tournée en passant au moins une fois par chaque ville, tout en empruntant une fois et une seule chaque tronçon d'autoroute ? (la réponse sera justifiée).

Si oui citer un trajet de ce type.

Correction :

I

1.	sommet	A	B	C	D	E	F
	degré	4	3	4	4	3	2

2. Il y a deux sommets dont le degré est impair et deux seulement : E et B. Il y a une chaîne eulérienne reliant E à B.
 3. • on commence par trouver une chaîne reliant E à B : E-D-C-B
 - On adjoint un cycle un cycle contenant des arêtes non contenues dans la chaîne précédente et d'extrémité un sommet de la chaîne précédente : **E-C-A-E-E-D-C-B**
 - On recommence : E-C-A-E-E-D-C-B-**F-D-A-B**

II

1. Il y a des boucles en A et B (éléments de la diagonale de la matrice)
2. Le graphe est orienté (matrice non symétrique)
3. Le degré du premier sommet est 1
4. Oui, deux arêtes partent de B, donc une boucle.
5. Une seule arête arrive ne B.
6. Oui, il y a 11 arêtes.

III Pondichéry

On cherche s'il existe une chaîne eulérienne.

La chaîne A-B-D-F-H-G-E-C contient tous les sommets du graphe.

Donc pour toute paire de sommets il existe un chemin les reliant : le graphe est connexe.

Les sommets B et E sont les seuls de degré impair : il existe donc une chaîne eulérienne partant de l'un d'eux et finissant à l'autre; par exemple : B-A-C-D-F-H-G-E (ou inversement).