Exercices de bac (suites)

I Bac STG CGRH Antilles-Guyane septembre 2009

PARTIE A

Une famille loue un appartement depuis le 1er janvier 2004.

Le loyer s'élevait alors à 450 euros par mois.

Il a été précisé dans le contrat de location que ce loyer serait révisé le 1er janvier de chaque année (dans les limites autorisées par la loi).

Dans cette partie, les résultats seront arrondis au dixième.

1. Le tableau suivant donne les indices des loyers de cette famille de l'année 2004 à l'année 2007.

Année	2004	2005	2006	2007
Indice	100		104,5	106,9

   Au 1er janvier 2005, le loyer est passé à 460 euros par mois.

   Calculer l'indice du loyer en 2005 par rapport au loyer en 2004 (pris comme base 100).

2. Sachant que le taux d'évolution du loyer de 2007 à 2008 est de 2,4 %, calculer l'indice du loyer en 2008.

PARTIE B

Dans la suite de l'exercice, on considère un loyer dont le montant annuel augmente de 2,3 % par an de 2004 à 2012.

Dans cette partie, les résultats seront arrondis à l'unité.

On note u_0 le montant annuel de ce loyer en 2004, exprimé en euros : $u_0 = 5\,400$.

On note u_n le montant annuel de ce loyer de l'année $2004 + n$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Justifier que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison $1,023$.

   En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
3. Calculer le montant annuel du loyer pour l'année 2012.

II Bac CGRH, Métropole, septembre 2009

Une petite ville des Pyrénées décide de relancer sa station de ski, en faisant certains investissements et de la publicité. Le directeur fait des prévisions. À l'aide d'un tableur, il construit le tableau suivant, donnant pour chaque saison de ski :

- le prix du forfait « journée » ;
- le nombre de forfaits « journée » vendus ;
- la recette correspondante.

Pendant la saison 2006/2007, il a été vendu 18 540 forfaits « journée » au prix de 16 euros l'unité.

Le directeur de la station décide d'augmenter le prix du forfait de 1,20 € par an, jusqu'à la saison 2012/2013. Il obtient alors la suite des prix unitaires, en euros, notée (u_n) en colonne C sur la feuille de calcul proposée ci-dessous. On a donc $u_1 = 16$.

	A	B	C	D	E
1	Saison	Rang	Prix du « forfait journée » en euros	Nombre de forfaits vendus	Recette en euros
2	2006/2007	1	16	18 540	296 640
3	2007/2008	2	17,2	19 003	326 851,6
4	2008/2009	3			
5	2009/2010	4			
6	2010/2011	5			
7	2011/2012	6			
8	2012/2013	7			
9				TOTAL	
10					

PARTIE A : Étude de la suite (u_n) des prix du forfait « journée »

1. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.
2. Quelle est la formule à saisir en C3 et à recopier vers le bas pour compléter la colonne C ?
3. Si on complétait le tableau jusqu'à la saison 2012/2013, quel serait le nombre obtenu dans la cellule C8 ?

PARTIE B : Étude de la suite des nombres de forfaits « journée » vendus

1. Quel est, en pourcentage, le taux d'évolution du nombre de forfaits vendus entre les saisons 2006/2007 et 2007/2008 ? (on arrondira à 0,1 % près).
2. Le directeur de la station suppose que chaque saison le taux d'augmentation sera celui trouvé à la question précédente et obtient ainsi en colonne D la suite notée (v_n) des nombres de forfaits vendus.

   On a donc $v_1 = 18\,540$.

   (a) Quelle est la formule à saisir en D4 et à recopier vers le bas pour compléter la colonne D ?

   (b) Quel serait alors le nombre obtenu dans la cellule D8 ?

PARTIE C : Étude de la recette

1. Quelle est la formule à saisir en E2 et à recopier vers le bas dans la plage E3:E8 ?
2. Quelle formule peut-on saisir en E9 afin de calculer la recette totale des 7 saisons ?

Correction

I

EXERCICE 1 **6 points**

PARTIE A

1. Le loyer est passé de 450 à 460 euros. On a donc :
   $\dfrac{450}{100} = \dfrac{460}{x}$ soit $x = \dfrac{460 \times 100}{450} \approx 102,222 \approx 102,2$.
2. Ajouter $2,4\,\% = \dfrac{2,4}{100}$ c'est multiplier par $1,024$, donc l'indice en 2008 sera de :
   $106,9 \times 1,024 = 109,46 \approx 109,5$ à 0,1 près.

PARTIE B

1. Chaque année le loyer augmente de 2,3 %, donc est multiplié par $1,023$.
   D'où $u_1 = 5\,400 \times 1,023 = 5\,524{,}20 \approx 5\,524$ (€).
   Et $u_2 = 5\,524{,}20 \times ,023 \approx 5\,651$ (€).
2. On a $u_{n+1} = u_n \times 1,023$ ce qui signifie que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,023 et de premier terme $u_0 = 5\,400$.
   On sait que $u_n = u_0 \times q^n = 5\,400 \times 1,023^n$.
3. 2012 correspond à $n = 8$, d'où :
   $u_8 = 5\,400 \times 1,023^8 \approx 6\,477$ (€).

II

PARTIE A : Étude de la suite (u_n) des prix du forfait « journée »

1. Si chaque année le prix augmente de 1,20 €, on a $u_{n+1} = u_n + 1,2$: la suite (u_n) est donc une suite arithmétique de raison 1,2 et de premier terme $u_1 = 16$.
2. Formule : `=C2+1,2`.
3. On sait que $u_n = u_1 + (n-1)r = 16 + 1,2(n-1)$, donc
   $u_7 = 16 + 1,2 \times 6 = 23,20$.

PARTIE B : Étude de la suite des nombres de forfaits « journée » vendus

1. Le taux d'évolution du nombre de forfaits vendus entre les saisons 2006/2007 et 2007/2008 est égal à :
   $\dfrac{19\,003 - 18\,540}{18\,540} \times 100 \approx 2,5\,\%$ à 0,1 %.
2. (a) Pour passer d'un rang au suivant on multiplie par 1,025 ; on a donc
   $v_{n+1} = v_n \times 1,025$: la suite (v_n) est donc une suite géométrique de raison 1,025, de premier terme $v_1 = 18\,540$.
   La formule est donc : `D3*1,025`
   (b) On sait que $v_n = v_1 \times q^{n-1} = 18\,540 \times 1,025^{n-1}$, donc $v_7 = 18\,540 \times 1,025^{7-1} \approx 21\,500{,}72$.

PARTIE C : Étude de la recette

1. Il faut multiplier le nombre de forfaits journée par le prix du forfait. La formule est donc : `=C2*D2`.
2. Formule : `=SOMME(E2:E8)`.