Exercices de statistiques

I Mercatique-CFE juin 2009

Le tableau ci dessous retrace l'évolution sur une vingtaine d'années du record du monde de natation à l'épreuve du 100 mètres nage libre hommes.

	Année	Rang de l'année x_i	Temps en secondes y_i
Rowdy Gaines	1981	1	49,36
Matt Biondi	1985	5	48,95
Matt Biondi	1986	6	48,74
Matt Biondi	1988	8	48,42
Alexander Popov	1994	14	48,21
Pieter Van Hoogenband	2000	20	47,84

Source. Site officiel du mouvement olympique.

Une représentation du nuage de points $(x_i\ ;\ y_i)$ est donnée en annexe 1 à rendre avec la copie.

1. (a) À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au millième).

   Pour l'étude qui suit, on retient comme ajustement affine la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = -0,08x + 49,2$.

   (b) Tracer la droite $\mathscr{D}$ sur le graphique de l'annexe 1 à rendre avec la copie.

   (c) En utilisant ce modèle d'ajustement, donner une estimation du temps du record du monde à l'épreuve du 100 mètres nage libre hommes en 2008.

2. (a) Calculer le taux d'évolution du temps du record du monde à l'épreuve du 100 mètres nage libre hommes entre 1981 et 2000 (arrondir le résultat à 0,01 %).

   (b) Sur les dix-neuf années de 1981 à 2000, le temps du record du monde à l'épreuve du 100 mètres nage libre hommes a été amélioré chaque année en moyenne de 0,164 %.

   Expliquer comment obtenir ce résultat.

   (c) On suppose qu'à partir de l'année 2000 l'évolution va se poursuivre sur le même rythme, c'est-à-dire que chaque année le temps de ce record baissera de 0,164 %.

   Calculer, selon ce modèle, une estimation du temps du record du monde à l'épreuve du 100 mètres nage libre hommes en 2008.

3. Pendant les jeux olympiques de Pékin, lors de l'été 2008, Eamon Sullivan a abaissé le temps du record à 47,05 secondes.

   Parmi les deux modèles précédents, indiquer celui qui donne la meilleure approximation.

II Mercatique-CFE, France septembre 2008

Les rations journalières conseillées sur des sacs de croquettes pour chien des marques Topdog et Friskas sont données ci-dessous.

Poids du chien x_i (kg)	5	10	15	30	40	60
Ration journalière conseillée y_i, (g)	50	90	120	200	250	340

Les parties I et II sont indépendantes.

Partie I

1. Déterminer s'il y a proportionnalité entre le poids du chien et la ration journalière conseillée.
   Justifier.
2. Le chien de Julie pèse 26 kg. Julie souhaite calculer la ration journalière conseillée.
   Une représentation graphique du nuage de points $(x_i\ ;\ y_i)$ est donnée à la fin de l'exercice.

Julie a obtenu par la méthode des moindres carrés la droite d'ajustement de y en x, et l'a tracée. Déterminer la ration journalière conseillée pour le chien de Julie.

Partie II

Le chien d'Arthur pèse 30 kg et mange des croquettes Topdog.

Arthur décide de changer pour la marque Friskas. Mais la transition doit être progressive.

Arthur suit les recommandations des deux marques et donne à son chien une ration journalière de 200 g.

Arthur choisit de donner le premier jour 20 g de croquettes Friskas, et le reste de la ration, soit 180 g, en croquettes Topdog ; puis il étudie deux programmes d'alimentation :

- premier programme : augmenter la part de croquettes Friskas de 15 g par jour.
- second programme : augmenter chaque jour de 20 % la part de croquettes Friskas présente dans la ration.

Dans les deux cas, la ration quotidienne reste au total à 200 g.

Arthur utilise un tableur pour étudier les deux programmes d'alimentation de son chien. La feuille de calcul est donnée à la

page suivante. Le format d'affichage est un format numérique à 0 décimale.

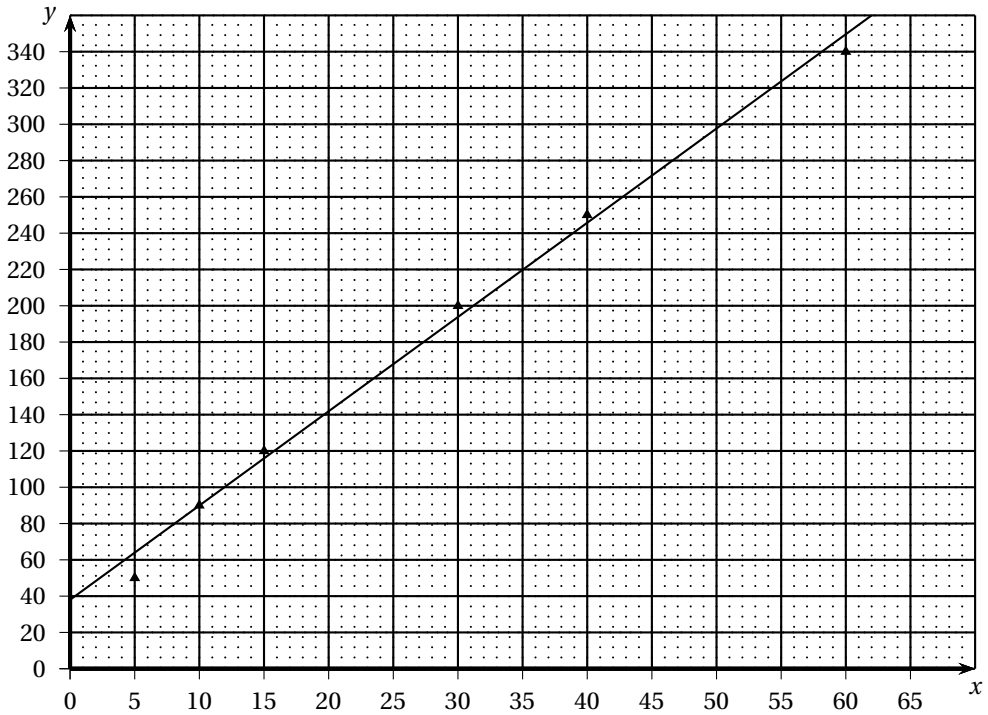
1. Premier programme
   (a) Donner une formule qui, entrée dans la cellule B3, permet par recopie vers le bas d'obtenir la plage de cellules B3 :B14.
   (b) Donner une formule qui, entrée dans la cellule C2, permet par recopie vers le bas d'obtenir la plage de cellules C2 :C14.
   (c) Calculer la quantité totale de croquettes Topdog que doit prévoir Arthur dans ce premier programme d'alimentation durant la période de transition.
2. Second programme
   (a) Une formule entrée dans la cellule D3 a permis d'obtenir la plage de cellules D3 :D16 par recopie vers le bas. Cette formule permet de limiter la ration de croquettes Friskas à 200 g.
   Recopier la seule des trois formules ci-dessous qui peut convenir.

   =D2 * 1,20 SI(D2 * 1,20 > 200 ; 200 ; D2 * 1,20) = D2*1,2Â2

   (b) Soit u la suite géométrique de premier terme $u_1 = 20$ et de raison 1,2.
   Calculer la somme des treize premiers termes $u_1 + u_{20} + \cdots + u_{13}$.
   (c) Montrer que la quantité totale de croquettes Topdog utilisées pendant la période de transition dans le second programme est à l'unité près égale à 1 630 g.
3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Avant la période de transition, il reste à Arthur un sac de 2 kg de croquettes Topdog. Il souhaite en utiliser le plus possible durant la période de transition entre les deux marques de croquettes. Lequel des deux programmes d'alimentation Arthur choisira-t-il ? Justifier.

	A	B	C	D	E
1	Jour	Premier programme Quantité de croquettes Friskas (g)	Premier programme Quantité de croquettes Topdog (g)	Second programme Quantité de croquettes Friskas (g)	Second programme Quantité de croquettes Topdog (g)
2	1	20	180	20	180
3	2	35	165	24	176
4	3	50	…	29	…
5	4	65	…	35	…
6	5	80	…	41	…
7	6	95	…	50	…
8	7	110	…	60	…
9	8	125	…	72	…
10	9	140	…	86	…
11	10	155	…	103	…
12	11	170	…	124	…
13	12	185	…	149	…
14	13	200	0	178	22
15	14			200	0
16	15			200	0

Indication de lecture : 165, le contenu de la cellule C3, est la quantité, en grammes, de croquettes Topdog présente dans la ration du second jour de transition dans le cas du premier programme d'alimentation.



I Mercatique-CFE juin 2009

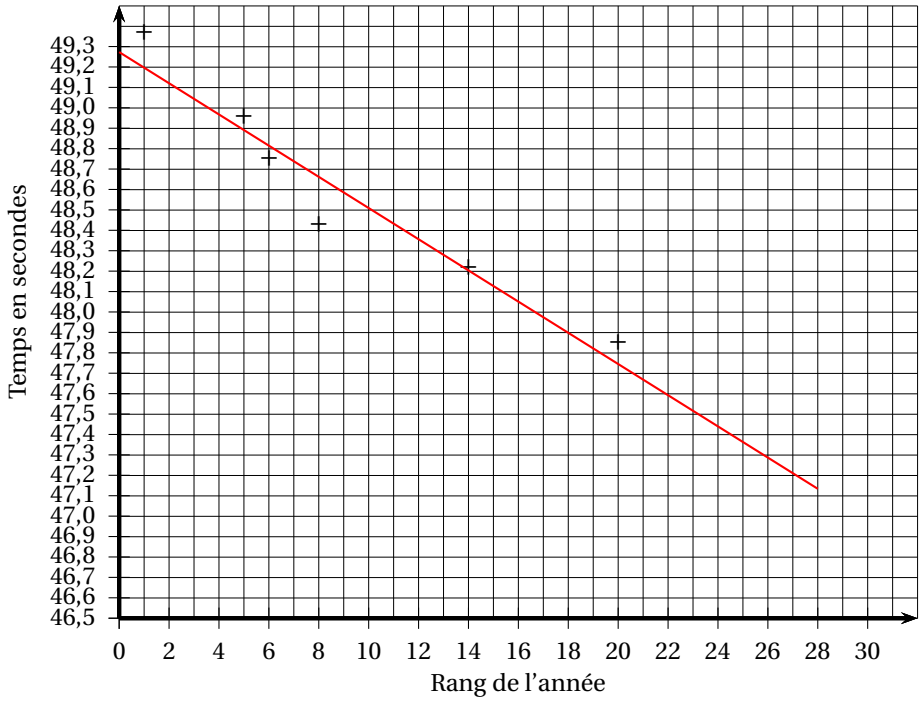
1. (a) À l'aide la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés est : $\boxed{y = -0,0764x + 49,274}$.

   (b) Voir graphique à la fin de l'exercice

   (c) 2008 correspond à un rang égal à 28 : on remplace x par 28.
   $-0,764 \times 28 + 49,274 \approx 46,96$.
   $\boxed{\text{Avec cet ajustement, on peut envisager un record du monde en 2008 de 46,96 s}}$.

2. (a) Le taux d'évolution entre 1981 et 2000 est : $\dfrac{47,84 - 49,36}{49,36} \approx -0,0307$, soit une baisse d'environ 3,07 %.

   (b) Petite erreur de formulation de la question : de 1981 à 2000, cela fait 20 ans, mais 19 changements d'années.
   Notons t le taux moyen annuel d'évolution du record : on a, en utilisant les coefficients multiplicateurs :
   $(1-t)^{19} = 1 - 0,0307 = 0,693$. On en déduit : $1 - t = 0,693^{\frac{1}{19}}$ d'où $t = 1 - 0,693^{\frac{1}{19}} \approx 0,001639 \approx \boxed{0,164\,\%}$

   (c) Avec ce modèle, on obtiendrait en 2008 un record de : $49,36 \times \left(1 - \dfrac{0,164}{100}\right)^{27} \approx \boxed{47,22}$ s.

3. L'écart entre la valeur réelle du record et la valeur estimée est de 9 centièmes de seconde avec la première méthode et de 17 centièmes avec la seconde méthode.
   C'est la première méthode qui a donné la meilleure approximation.