TCFE : contrôle sur l'optimisation (1 heure)
Sujet B

I

Résoudre graphiquement l'inéquation $2x + 5y \geqslant 7$

II

Résoudre graphiquement le système d'inéquations

$$\begin{cases} x \geqslant 2 \\ y \geqslant 1 \\ 5x + 2y \leqslant 25 \end{cases}$$

III

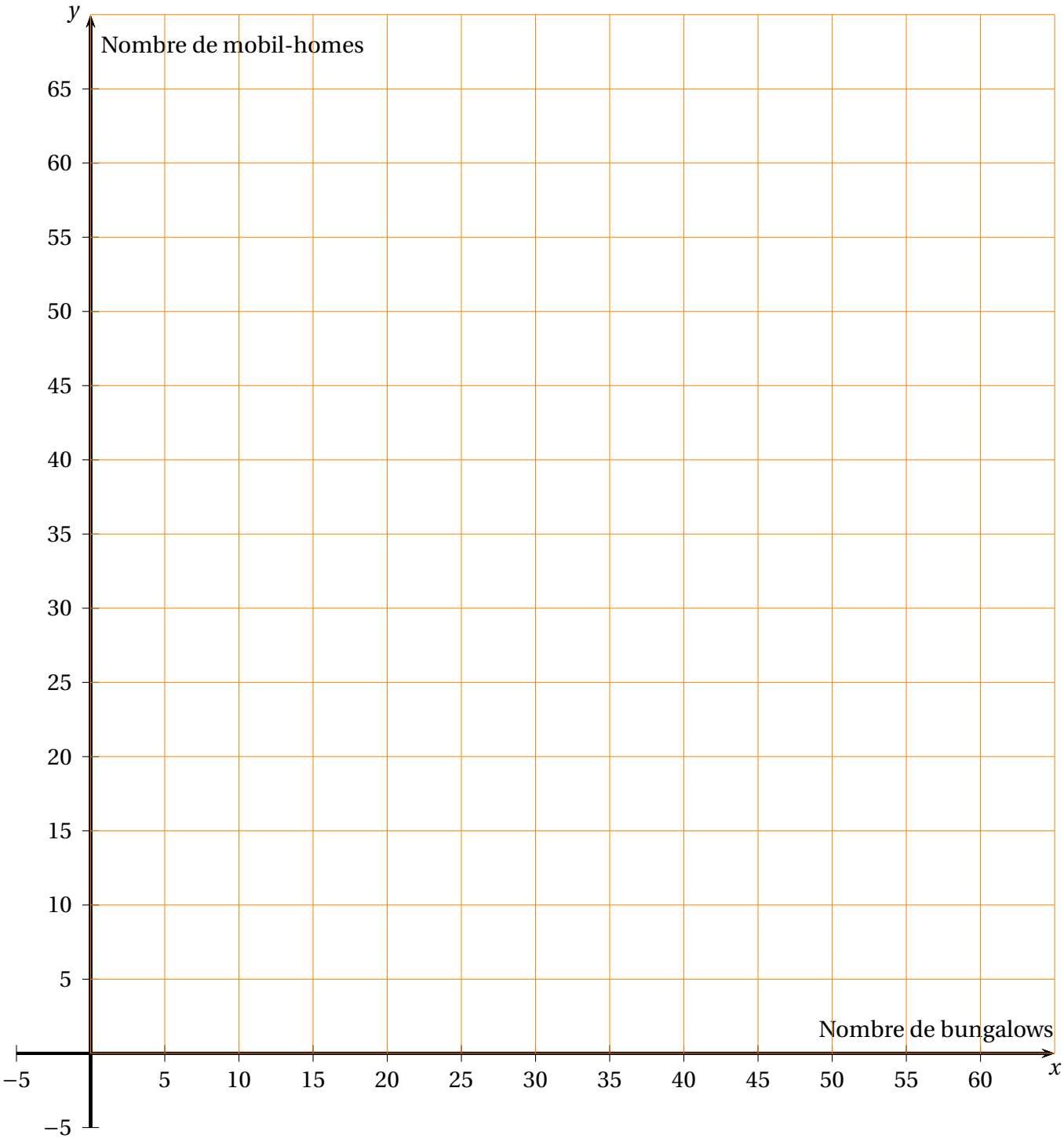
Un propriétaire de camping désire aménager son terrain avec des bungalows et des mobil-homes.

La taille de son terrain lui impose un maximum de 50 installations. Il peut loger 6 personnes par bungalow et 4 personnes par mobil-home. L'infrastructure du camping ne l'autorise pas à dépasser le nombre de 240 clients par semaine.

On notera x le nombre de bungalows et y le nombre de mobil–homes que le propriétaire désire installer.

1. Décrire par un système d'inéquations les contraintes du problème en justifiant vos affirmations.
2. Justifier que le système demandé est équivalent au système (S) suivant :

$$\text{(S)} \quad \begin{cases} x & \geqslant & 0 \\ y & \geqslant & 0 \\ y & \leqslant & -x + 50 \\ y & \leqslant & -1,5x + 60 \end{cases} \qquad \text{où } x \text{ et } y \text{ sont des nombres entiers.}$$

   Déterminer graphiquement, sur le graphique en page 2, en hachurant la partie du plan qui ne convient pas, l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées $(x\,;\ y)$ vérifient le système (S).
3. Préciser en justifiant si le propriétaire peut installer sur son terrain et louer :
   (a) 10 bungalows et 35 mobil-homes ?
   (b) 30 bungalows et 20 mobil-homes ?
4. Un bungalow se loue 500 € la semaine et un mobil–home 400 € la semaine. Soit R le revenu hebdomadaire que recevra le propriétaire.
   (a) Exprimer R en fonction de x et y.
   (b) Déterminer une équation de la droite (d) correspondant à un revenu hebdomadaire de 12 000 €, puis tracer cette droite sur le graphique.
   (c) En justifiant la démarche, déterminer graphiquement le couple $(x\,;\ y)$ qui permet d'obtenir un revenu hebdomadaire maximum.
   (d) Préciser combien d'installations de chaque type doit acquérir le propriétaire pour obtenir le revenu maximum. Calculer alors ce revenu.

Graphique de l'exercice III