TCFE : Contrôle (dérivation et statistiques)

I

Un artisan fabrique des objets. Il ne peut pas en produire plus de 70 par semaine, On suppose que tout objet fabriqué est vendu.
Le coût de production de x **dizaines** d'objets, en milliers d'euros, est modélisé par la fonction f, définie sur l'intervalle $[0\,;7]$. Sa courbe représentative $\mathscr{C}$ est donnée à la fin de l'exercice.

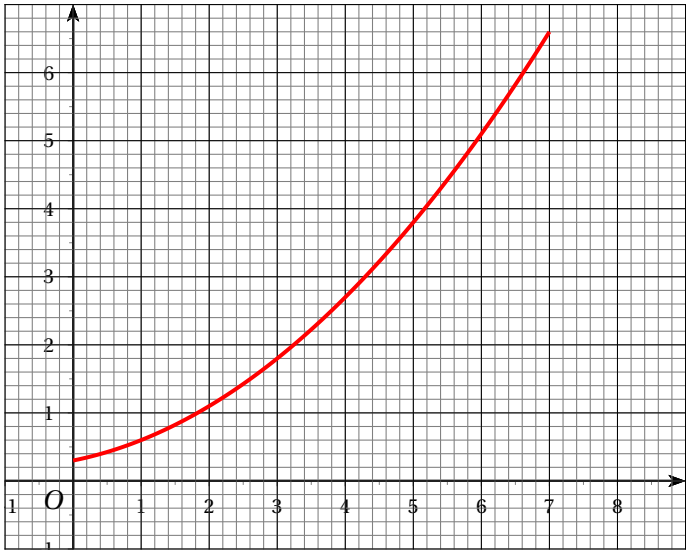
1. (a) Par lecture graphique, donner le coût de production de 50 objets.
   (b) Par lecture graphique, donner le nombre d'objets produits pour un coût de 3 000 euros .
2. Chaque objet est vendu 80 euros. On note $g(x)$ la recette obtenue par la vente de x dizaines d'objets, en milliers d'euros.
   (a) Justifier que $g(x) = 0,8x$.
   (b) Tracer dans le repère de l'annexe la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 0,8x$.
   (c) Par lecture graphique. déterminer à quel intervalle doit appartenir x pour que l'artisan réalise un bénéfice.
3. On admet que la fonction f est définie, pour x appartenant à l'intervalle $[0\,;7]$, par :

$$f(x) = 0,1x^2 + 0,2x + 0,3.$$

   Le bénéfice réalisé par la production et la vente de x dizaines d'objets, en milliers d'euros, est modélisé par une fonction B définie sur l'intervalle $[0\,;7]$.
   (a) Montrer que

$$B(x) = -0,1x^2 + 0,6x + 0,3.$$

   (b) Calculer $B'(x)$ où B' est la dérivée de la fonction B.
   (c) *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Pour quel nombre d'objets fabriqués et vendus le bénéfice est-il maximal ?



II

Le tableau suivant donne le nombre de clients du téléphone mobile en France atteint à la fin de chaque année.

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de clients en millions y_i	11,5	20,6	29,7	37,0	39,6	41,7	44,5	48,0

Source : ARCEP observatoire des mobiles

1. Déterminer le taux d'évolution du nombre de clients de téléphonie mobile de 1998 à 2005.
   On arrondira le résultat à 0.1 %.
2. Donner les coordonnées du point moyen G du nuage associé à la série statistique.
   On arrondira les valeurs au dixième. On ne demande pas de justifier.
3. Représenter le nuage de points associée à la série dans un repère orthogonal. Placer le point G.
4. Déterminer une équation de la droite $\mathscr{D}$ d'ajustement obtenue par la méthode des moindres carrés. (Arrondir les coefficients au centième).
5. Tracer $\mathscr{D}$ dans le repère précédent.
6. En supposant que ce modèle reste valable pour 2006 et 2007, prévoir le nombre de clients pour la fin de l'année 2007. Indiquer la méthode utilisée.
7. On note A(0 ; 11.5) et B(7 ; 48) les points extrêmes du nuage.
   (a) Déterminer le coefficient directeur de la droite (AB).
   On admet que la droite (AB) a pour équation approximativement $y = 5.21x + 11.5$.
   (b) En déduire une nouvelle estimation du nombre de clients du téléphone mobile pour la fin 2007.
8. À la fin de l'année 2007, on a dénombré 58.7 millions de clients du téléphone mobile. Quelle était la meilleure estimation ?

III

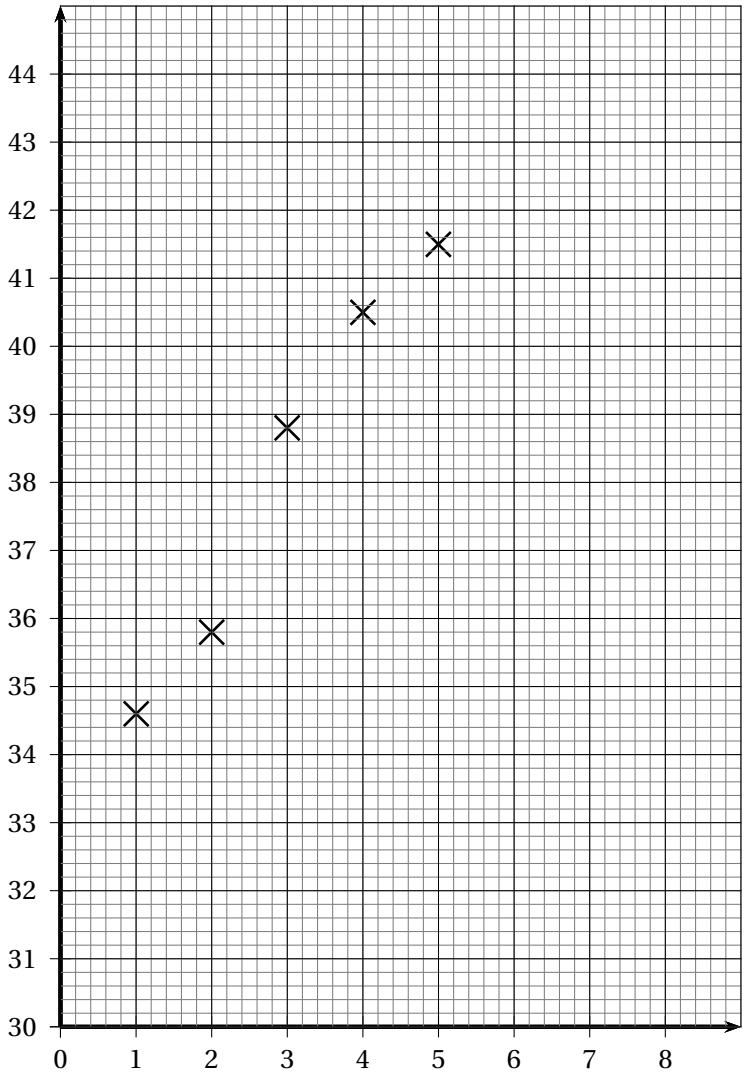
Le tableau ci-dessous donne la dépense de consommation finale des ménages français en biens d'équipement pour les années 1993 à 1998.

Année	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Dépense y_i en milliards de francs	34,6	35,8	38,8	40,5	41,5	46,1

(Source INSEE, Comptes Nationaux)

Le détail des calculs statistiques, à effectuer à la machine, n'est pas demandé.

1. (a) Le nuage de points a été représenté ci-dessous.



   (b) Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer ce point sur le graphique.
   On veut réaliser un ajustement affine de ce nuage de points afin d'obtenir une prévision pour l'année 1999 de la dépense des ménages français en biens d'équipement.

2. Dans cette question on utilise la méthode d'ajustement dite de la droite de Mayer.

   (a) On désigne par G_1 le point moyen des trois premiers points (M_1, M_2 et M_3) du nuage et par G_2 le point moyen des trois derniers points (M_4, M_5 et M_6) du nuage.
   Calculer les coordonnées de G_1 et G_2 puis placer ces deux points sur le graphique.

   (b) Démontrer que l'équation réduite de la droite (G_1G_2) est $y = 2,1x + 32,2$.
   Tracer (G_1G_2) sur le graphique.

   (c) Calculer la prévision pour l'année 1999 de la dépense des ménages français en biens d'équipement obtenue en utilisant la droite (G_1G_2).