Exercices de bac (feuille 2)

I Métropole, mercatique, juin 2007

Le 1er janvier suivant la date de sa naissance, les grands parents de Katia lui ouvrent un livret d'épargne et déposent un capital de 100 euros. Ils déposent ensuite 100 € sur ce livret tous les 1er janvier suivants.
Ce placement est à intérêts composés au taux annuel de 3 % fixe pour toute la durée du livret d'épargne.
Les intérêts sont versés tous les 1er janvier.
On pose $c_0 = 100$.
Soit n un nombre entier supérieur ou égal à 1.
On note c_n le capital, exprimé en euros, se trouvant sur le livret le 1er janvier au terme d'un nombre n d'années de placement. On définit ainsi une suite c telle que $c_0 = 100$ et $c_1 = 203$.

1. Justifier que $c_2 = 309,09$ et que $c_3 \approx 418,36$.
2. La suite c peut-elle être arithmétique ? Peut-elle être géométrique ? Justifier chaque réponse.
3. Le tableau ci-dessous est un extrait d'une feuille de calcul obtenue à l'aide d'un tableur.
   Il donne notamment les premiers termes de la suite c. Le format d'affichage est un format numérique à deux décimales.

Valeurs de n	Capital se trouvant sur le livret au terme de n années de placement	Intérêts acquis au cours de l'année	Taux
0	100,00	3,00	0,03
1	203,00	6,09	
2	309,09	9,27	
3	418,36	12,55	
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			

   Donner des formules qui, entrées dans les cellule B3 et C3, permettent par recopie vers le bas d'obtenir la plage de cellules B3 : C20.
4. On admet que, pour tout nombre entier n supérieur ou égal à 1,
   $c_n = 100\left(1 + 1,03 + 1,03^2 + \ldots + 1,03^n\right)$.
   Montrer que le capital total se trouvant sur le livret de Katia le soir du 1er janvier suivant son seizième anniversaire sera égal à 2 176,16 euros.

II CGRH-Métropole juin 2007

1. La feuille de calcul suivante, extraite d'un tableur, donne en milliers le nombre de Français en métropole pour les années 1950 à 2000. La colonne C est au format « pourcentage » avec une décimale.

	A	B	C	D	E
1	Année	Nombre de Français	Taux d'évolution arrondi à 0,1 %	n	u_n
2	1950	42 010		0	42 010
3	1960	45 904	9,3 %	1	
4	1970	51 016		2	
5	1980	54 029		3	
6	1990	56 893		4	
7	2000	59 197		5	
8				6	
9				7	
10				8	
11				9	

   Quelle formule faut-il écrire en C3, à recopier vers le bas sur la plage C4 :C7, pour obtenir la colonne C ?
2. (a) Calculer le taux d'évolution global, arrondi à 0,1 % près, du nombre de Français en métropole entre les années 1950 et 2000. En déduire le taux d'évolution décennal moyen, arrondi à 0,1 % près, entre les années 1950 et 2000.
   On considère la suite géométrique u de premier terme $u_0 = 42\,010$ et de raison $b = 1,071$.
   (b) Quelle formule peut-on écrire en E3, à recopier vers le bas sur la plage E4 :E7, pour calculer les premiers termes de la suite u dans la colonne E ?
   (c) Si l'on fait l'hypothèse que le nombre de Français en métropole évoluera an même rythme au-delà de l'an 2000, on peut estimer que le nombre de Français en métropole de l'année $(1950 + 10n)$ sera égal au terme u_n de cette suite.
   Quel nombre de Français peut-on ainsi prévoir en 2010 ?
   (d) Par quel facteur le nombre de Français en métropole sera-t-il ainsi multiplié en 100 ans (de 1950 à 2050) ?
   (e) Pour quelle décennie le nombre de Français en métropole dépassera-t-il les 100 millions ?