TCFE : devoir n° 2

I

Un industriel a acheté chez un fabricant, en 1999, une machine de type « M », neuve, pour un prix de 45 000 €.

1. On appelle « valeur de reprise » le prix de rachat par le fabricant de la machine M, usagée, pour l'achat d'une nouvelle machine M, neuve. cette valeur de reprise diminue chaque année de 20 % de la valeur qu'elle avait l'année précédente.
   On note R_n cette valeur de reprise, exprimée en euros, n années après l'achat de la machine neuve. On admet que, lorsque la machine vient d'être achetée, sa valeur de reprise est égale au prix d'achat. Ainsi, $R_0 = 45000$.
   (a) Vérifier que $R_1 = 36000$.
   (b) Donner l'expression de R_{n+1} en fonction de R_n.
   (c) En déduire la nature de la suite (R_n), puis exprimer R_n en fonction de n.
2. Chez le fabricant, le prix de vente de la machine M neuve, exprimée en euros, augmentée de 1000 € chaque année. On note P_n ce prix l'année « 1999+n ».
   P_0 étant égal à 45 000, exprimer P_{n+1} en fonction de P_n, puis P_n en fonction de n.
3. Cinq ans se sont écoulés. On suppose que l'industriel projette d'acheter à nouveau une machine M, neuve, identique à celle achetée en 1999, tout en revendant cette dernière au fabricant.
   Ces transactions s'effectuant dans les conditions des questions 1. et 2., quelle somme, en euros, l'industriel doit-il débourser ?
4. On constate qu'après 10 années écoulées, l'industriel serait obligé de débourser environ 50 168 € pour acheter une machine M neuve, dans les conditions des questions 1. et 2.
   (a) Donner le détail des calculs aboutissant à ce résultat.
   (b) Quel serait alors le pourcentage d'augmentation entre la dépense en 1999 et la dépense en 2009 ?

II

Pierre se constitue une tirelire afin d'acheter un vélo qui coûte 150 €.

Après un dépôt initial dans cette tirelire de 8 €, il décide qu'à la fin de chaque mois, il déposera une somme de plus en plus grande : la somme déposée à la fin de chaque mois sera augmentée de 2 € par rapport à celle du mois précédent. Ainsi, à la fin du premier mois, il déposera 10 € et la tirelire contiendra 18 €.

On note $p(0)$ le dépôt initial et $p(n)$ la somme déposée à la fin du n-ième mois. On obtient ainsi une suite notée p.

1. Calculer $p(1)$ et $p(2)$.
2. Montrer que la suite p est arithmétique et donner sa raison. En déduire que $p(n) = 2n + 8$.
3. (a) Quelle somme totale contiendra la tirelire au bout de deux mois ?
   (b) Montrer que la somme totale contenue dans la tirelire au bout de n mois est $(n+1)(n+8)$.
4. Un ami de Pierre lui fait remarquer qu'il devra attendre 9 mois pour pouvoir acheter son vélo.
   Justifier cette affirmation.

III

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question, quatre réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte.

On vous demande de recopier sur votre copie celle que vous pensez correcte.

Vous justifierez chaque réponse.

Dans cet exercice les pourcentages sont arrondis à 0,01 %

Entre 2009 et 2010 une entreprise a vu son chiffre d'affaire diminuer de 23 %.

Entre 2010 et 2011 son chiffre d'affaire a augmenté de 6,15 %.

En 2009 le chiffre d'affaire était de 572 128 €.

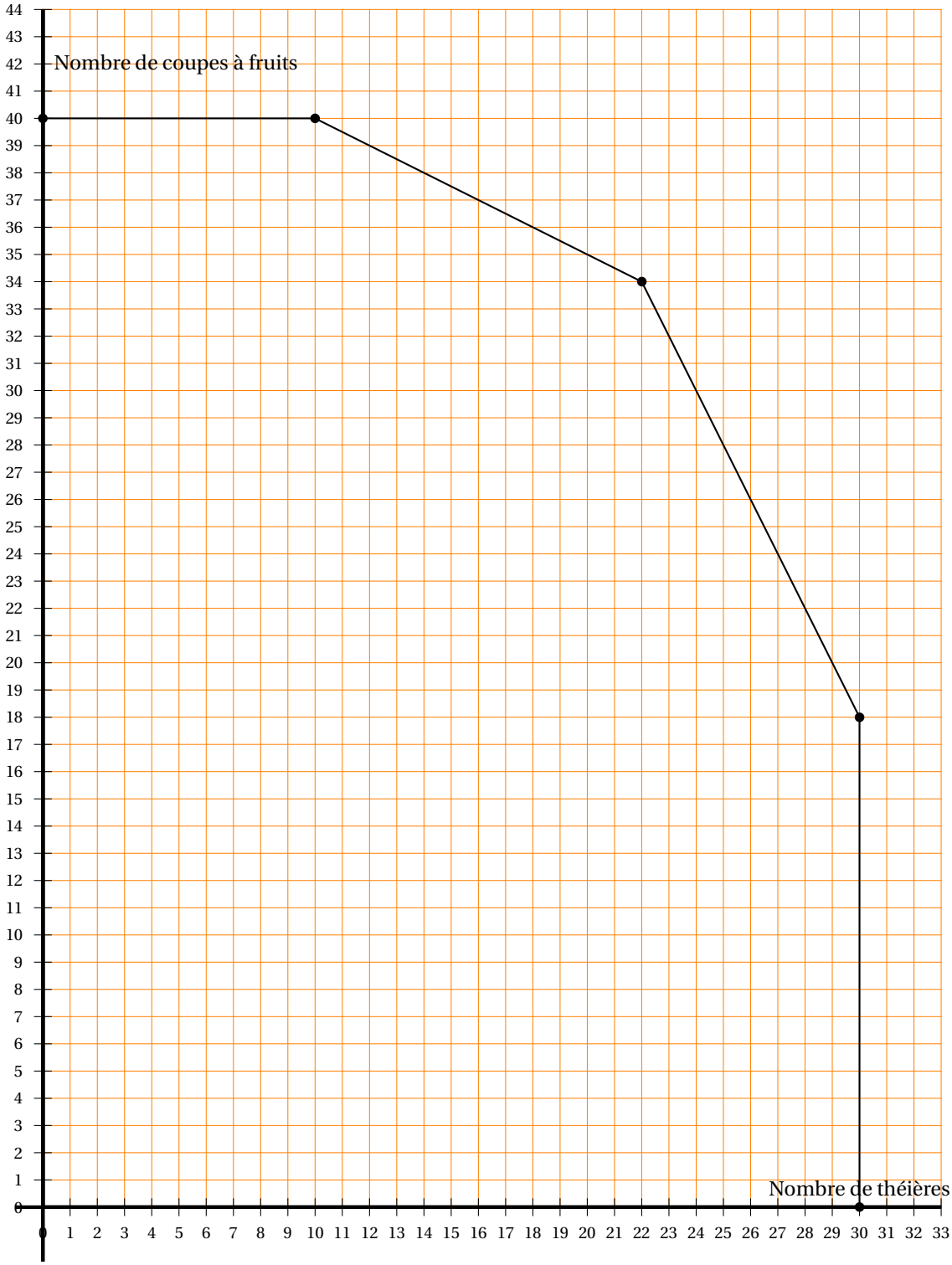
1. On doit multiplier le chiffre d'affaire de 2009 pour obtenir le chiffre d'affaire de 2010 par :
   a. 0,23 **b.** 0,77 **c.** $-0,23$ **d.** 1,23
2. Le taux d'évolution entre 2011 et 2012 pour que le chiffre d'affaire de 2012 soit le même que celui de 2010 est :
   a. $-6,15\,\%$ **b.** $-5,79\,\%$ **c.** $-0,06\,\%$ **d.** 0,94 %
3. Le taux d'évolution global entre 2009 et 2011 est :
   a. 16,85 % **b.** $-16,85\,\%$ **c.** 18,26 % **d.** $-18,26\,\%$
4. Le taux moyen semestriel entre 2009 et 2010 est :
   a. - 11,5 % **b.** 11,5 % **c.** $-12,25\,\%$ **d.** $-4,26\,\%$

IV

Un potier fabrique des théières et des coupes à fruits originales. Les théières et les coupes à fruits sont munies chacune d'une anse en rotin, fournie par un autre artisan. La fabrication d'une théière nécessite 1,8 kg de terre et 1 h de main d' ?uvre. Tandis que celle d'une coupe à fruits nécessite 3,6 kg de terre et 30 min de main d'œuvre.

Étant en rupture de stock, le potier ne dispose pour la semaine que de 162 kg de terre. Par ailleurs il n'a en réserve que 30 anses à théière et 40 anses à coupe à fruits. Enfin, il ne souhaite pas travailler plus de 39 h au cours de la semaine.

1. Déterminer un système d'inéquations traduisant les contraintes pour la fabrication dans la semaine de x théières et y coupes à fruits.
2. Les solutions du système précédent sont les coordonnées de certains points appartenant à la région grisée donnée en annexe 1.
   Le potier peut-il fabriquer 15 théières et 38 coupes à fruits ?
3. Le prix de vente d'une théière est de 45 € et celui d'une coupe à fruits de 63 €. Le potier souhaite maximiser son chiffre d'affaires. Il utilise un tableur pour déterminer le couple $(x\,;\,y)$ qui correspond au profit maximal.
   Un extrait de la feuille de calcul est donné ci-dessous .
   (a) Quelle formule a été entrée dans la cellule B1, recopiée vers la droite, puis vers le bas sur la plage B1 : L11 ?
   (b) On suppose que toute la production est vendue. Déterminer à l'aide du graphique et du tableau donnés en annexes 1 et 2 le nombre de théières et de coupes à fruits que le potier doit fabriquer dans la semaine pour obtenir un chiffre d'affaires maximal.
   (c) Quel est alors ce chiffre d'affaires ?



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	40	3 195	3 240	3 285	3 330	3 375	3 420	3 465	3 510	3 555	3 600	3 645
2	39	3 132	3 177	3 222	3 267	3 312	3 357	3 402	3 447	3 492	3 537	3 582
3	38	3 069	3 114	3 159	3 204	3 249	3 294	3 339	3 384	3 429	3 474	3 519
4	37	3 006	3 051	3 096	3 141	3 186	3 231	3 276	3 321	3 366	3 411	3 456
5	36	2 943	2 988	3 033	3 078	3 123	3 168	3 213	3 258	3 303	3 348	3 393
6	35	2 880	2 925	2 970	3 015	3 060	3 105	3 150	3 195	3 240	3 285	3 330
7	34	2 817	2 862	2 907	2 952	2 997	3 042	3 087	3 132	3 177	3 222	3 267
8	33	2 754	2 799	2 844	2 889	2 934	2 979	3 024	3 069	3 114	3 159	3 204
9	32	2 691	2 736	2 781	2 826	2 871	2 916	2 961	3 006	3 051	3 096	3 141
10	31	2 628	2 673	2 718	2 763	2 808	2 853	2 898	2 943	2 988	3 033	3 078
11	30	2 565	2 610	2 655	2 700	2 745	2 790	2 835	2 880	2 925	2 970	3 015
12	y/x	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25