

Spécialité : devoir sur feuille n° 1 (à rendre sur copie double)

« Si les gens ne croient pas que les mathématiques sont simples, c'est uniquement parce qu'ils ne réalisent pas à quel point la vie est compliquée. » (Von Neumann)

I

Simplifier, sans utiliser la calculatrice et en expliquant :

$$A = \frac{8 \times 10^{15} \times 15 \times 10^{-5}}{20 \times (10^2)^5}.$$

II

x et y étant des réels quelconques (x non nul), donner l'expression algébrique :

- (a) du produit de la somme de x et de y par leur différence.
(b) du carré du produit de x et de y .
(c) de la différence des carrés de x et y
(d) du produit des carrés de x et de y .
(e) du carré de l'inverse de x .
(f) de l'inverse du carré de x .
- Certaines de ces expressions sont-elles égales, quelles que soient les valeurs de x et y ? Expliquer.

Remarque : l'ordre des mots est important.

III

Démontrer que, pour tout réel x non nul et différent de -1 , on a l'égalité :

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x^2+x}.$$

IV

On donne l'expression $A(x) = (2x - 3)^2 - 1$.

- Développer et réduire $A(x)$.
- Factoriser $A(x)$.
- Résoudre dans l'ensemble des réels \mathbb{R} :
 - $A(x) = 0$
 - $A(x) = 8$.

V

On considère l'expression algébrique

$$A(x) = (2x + 1)(-3x + 7).$$

- Résoudre l'équation $A(x) = 0$.
- Étudier le signe de $A(x)$ en dressant le tableau de signes de cette expression.
- En déduire les solutions de l'inéquation

$$A(x) \leq 0.$$

VI

On considère un carré $ABCD$ de côté 10 cm et E un point **variable** sur le côté $[AB]$.

On construit le polygone $EBFGDH$, noté \mathcal{P} , inscrit dans le carré tel que $AE = BF = CG = DH$ et colorié ci-dessous.

On pose $AE = x$.

- (a) Exprimer EB en fonction de x .
(b) Exprimer l'aire $\mathcal{A}(x)$ du polygone \mathcal{P} en fonction de x .
- Résoudre l'équation $A(x) = 75$.
Pour quelle(s) position(s) du point E sur le côté $[AB]$ l'aire $\mathcal{A}(x)$ est-elle égale aux trois quarts de l'aire du carré $ABCD$?

