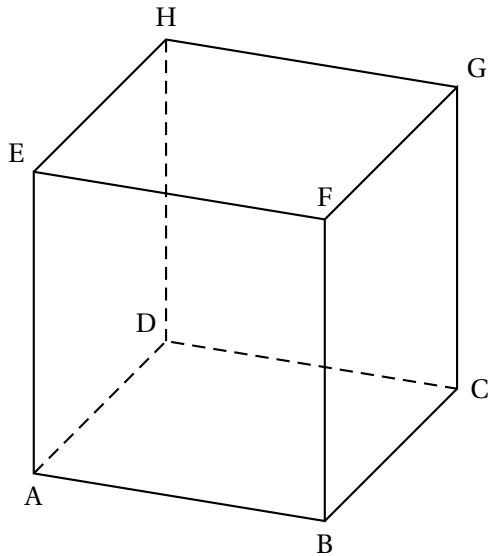


Exercices de bac (2)

I Polynésie septembre 2020

Soit ABCDEFGH un cube. L'espace est rapporté au repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.



Pour tout réel t , on considère le point M de coordonnées $(1-t; t; t)$.

1. Montrer que pour tout réel t , le point M appartient à la droite (BH) .

On admet que les droites (BH) et (FC) ont respectivement pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 1-t \\ y = t \\ z = t \end{cases} \quad \text{où } t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = t' \\ z = 1-t' \end{cases} \quad \text{où } t' \in \mathbb{R}.$$

1. Montrer que les droites (BH) et (FC) sont orthogonales et non coplanaires.

2. Pour tout réel t' , on considère le point $M'(1; t'; 1-t')$.

(a) Montrer que pour tous réels t et t' , $MM'^2 = 3\left(t - \frac{1}{3}\right)^2 + 2\left(t' - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{6}$.

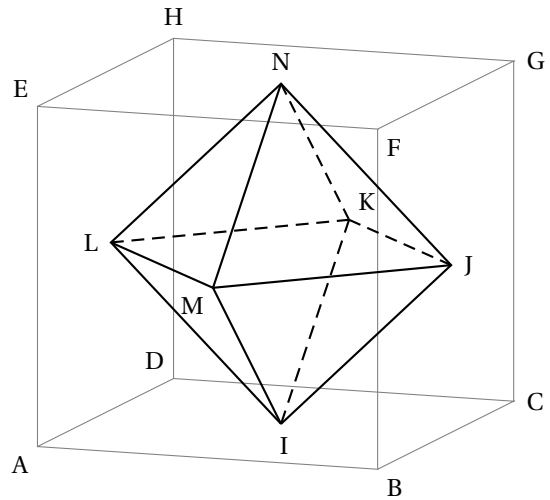
- (b) Pour quelles valeurs de t et de t' la distance MM' est-elle minimale? Justifier.

- (c) On nomme P le point de coordonnées $\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ et Q celui de coordonnées $\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Justifier que la droite (PQ) est perpendiculaire aux deux droites (BH) et (FC) .

II Amérique du Nord mai 2019

On relie les centres de chaque face d'un cube ABCDEFGH pour former un solide IJKLMN comme sur la figure ci-dessous.



Plus précisément, les points I, J, K, L, M et N sont les centres respectifs des faces carrées $ABCD, BCGF, CDHG, ADHE, ABFE$ et $EFGH$ (donc les milieux des diagonales de ces carrés).

1. Sans utiliser de repère (et donc de coordonnées) dans le raisonnement mené, justifier que les droites (IN) et (ML) sont orthogonales.

Dans la suite, on considère le repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$ dans lequel, par exemple, le point N a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$.

resume (a) Donner les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{NC} et \overrightarrow{ML} .

- (b) En déduire que les droites (NC) et (ML) sont orthogonales.

- (c) Déduire des questions précédentes une équation cartésienne du plan (NCI) .

resume (a) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (NJM) est : $x - y + z = 1$.

- (b) La droite (DF) est-elle perpendiculaire au plan (NJM) ? Justifier.

- (c) Montrer que l'intersection des plans (NJM) et (NCI) est une droite dont on donnera un point et un vecteur directeur. Nommer la droite ainsi obtenue en utilisant deux points de la figure.