Spécialité-Terminale : contrôle de géométrie dans l'espace

I

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k}\right)$.

On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\-1\\2\end{pmatrix}$.

1. Montrer que ces deux vecteurs définissent un plan $\mathscr{P}$.
2. Le vecteur $\vec{w}\begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}$ est-il normal au plan $\mathscr{P}$?

II

Donner une équation cartésienne du plan $\mathscr{P}$, passant par $A(1;2;5)$ et ayant pour vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-3\\5\end{pmatrix}$.

III

On considère un repère orthonormé de l'espace.
Soient d la droite passant par $A(1\ ;\ -7\ ;\ 4)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\\7\end{pmatrix}$ et d' la droite passant par $B(0\ ;\ 3\ ;\ 1)$ et de vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix}-10\\2\\2\end{pmatrix}$.
Les droites d et d' sont-elles orthogonales ?

IV

A, B et C sont trois points de l'espace tels que $AB = 3$, $AC = 6$ et $\widehat{BAC} = 60°$.
Calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

V

On considère un repère orthonormé de l'espace.
On considère les points A, B et C tels que :
$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\3\\7\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.
2. Calculer AB et AC.
3. En déduire une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ à 0,1°près.

VI

Soient $\mathscr{P}_1$ le plan d'équation cartésienne $10x + y - 2z - 2 = 0$ et $\mathscr{P}_2$ le plan d'équation $-x + 6y + 2z - 2 = 0$.
Ces deux plans sont-ils perpendiculaires ?

VII

Soient $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}$ deux droites de l'espace dont des représentations paramétriques sont :

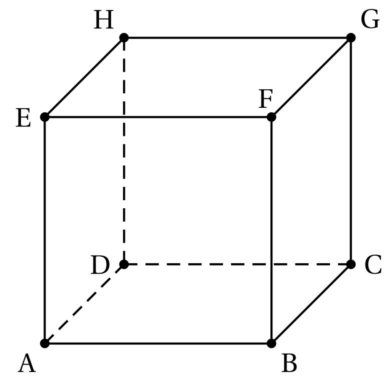
$$\mathscr{D}_1 : \begin{cases} x = -3t + 7 \\ y = t + 4 \\ z = -2t + 1 \end{cases},\ t \in \mathbb{R} \text{ et}$$

$$\mathscr{D}_2 : \begin{cases} x = 3u - 2 \\ y = 2u + 1 \\ z = -5u + 9 \end{cases},\ u \in \mathbb{R}.$$

Ces deux droites sont-elles sécantes ?

VIII

On considère ke cube $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous.
On se place dans le repère orthonormé $\left(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.



On considère la droite dont une représentation paramétrique est $\begin{cases} x = -20t \\ y = 20t + 1 \\ z = -20t \end{cases},\ t \in \mathbb{R}$.
S'agit-il de la droite (FD) ?

IX

On considère dans l'espace muni d'un repère le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $2x + 3y - z + 2 = 0$ et $\mathscr{Q}$ d'équation $x + y - 2z + 5 = 0$.

1. Montrer que ces deux plans sont sécants.
   On note Δ l'intersection de ces plans.
2. Déterminer une représentation paramétrique de Δ.