

Groupe 1 - exercices de révisions (1)

I

On considère la suite (u_n) définie par

$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 6} \end{cases} .$$

1. À l'aide la calculatrice, conjecturer le comportement de la suite.
2. Démontrer que la suite (u_n) est croissante.
3. Démontrer, par récurrence, que la suite (u_n) est majorée par 3.
4. Que peut-on en déduire?

II

La suite (u_n) est définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \frac{3}{u_n + 2} \end{cases} .$$

1. (a) Conjecturer les bornes de cette suite à l'aide de la calculatrice.
(b) Démontrer cette conjecture.
(c) Étudier le sens de variation de cette suite.
(d) Démontrer que cette suite converge.
2. (a) Écrire un algorithme qui permette d'obtenir le rang N à partir duquel $u_n - 1$ est inférieur à un réel donné par l'utilisateur.
(b) À partir de quel rang n_0 a-t-on
 $u_n < 1,0003$?
Et $u_n < 1,00005$?

III

Résoudre l'équation : $e^{x-1} \times e^{x-2} - e^{x-3} \times e^{x-4} = 0$.

IV

Résoudre l'inéquation : $e^{\frac{x+2}{x^2+2}} \geq e$.