# Correction des exercices

## Exercice I

1. Il y a 10 tirages indépendants, aléatoires, identiques,à deux issues $T$ et $\overline{T}$.
   De plus $p(T) = 0,3$.
   La variable aléatoire $Y$ suit donc la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,3$.
2. $p(T = 3) = \binom{10}{3} \times 0,3^3 \times 0,7^7 \boxed{\approx 0,7}$
   La probabilité que Victor ait obtenu exactement 3 personnages de type « Terre » au début de ses 10 parties est environ égale à 0,27 .
3. $\text{p}(Y \geqslant 1) = 1 - p(Y = 0) = 1 - 0,7^{10} \approx \boxed{0,97}$.
   La probabilité que Victor ait obtenu au moins une fois un personnage de type « Terre » au début de ses 10 parties est environ égal à 0,97.

## Exercice II

1. On veut calculer $p(X = 202) = 0,971^{202} \approx 0,003$.
   La probabilité que tous les clients se présentent à l'embarquement est environ égale à $\boxed{0,003}$.
2. On veut calculer :
   $p(X = 201) = \binom{202}{201} \times 0,971^{201} x(1 - 0,971)$
   $\approx \boxed{0,016}$.
   La probabilité qu'un seul client parmi les 202 qui ont réservé ne se présente pas à l'embarquement est environ égale à 0, 016.
3. Ainsi $p(X > 200) = p(X = 201) + p(X = 202)$
   $\approx \boxed{0,019}$.
   La probabilité que la compagnie se trouve en situation de surréservation est environ égale à 0, 019.
   Remarque : Si on n'utilise pas les arrondis précédents mais la valeur donnée directement par la calculatrice quand on calcule
   $p(X > 200) = 1 - p(X \leqslant 200)$ on obtient $p(X > 200) \approx 0,018$.

## Exercice III d'après Métropole ES juin 2017

L'angine chez l'être humain est provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne), soit par un virus (angine virale). On admet qu'un malade ne peut pas être à la fois porteur du virus et de la bactérie.
L'angine est bactérienne dans 20 % des cas.
Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test. Le résultat du test peut être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne, mais il présente des risques d'erreur :

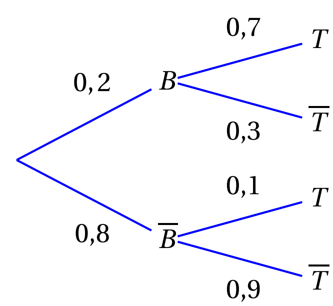
— si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30 % des cas;
— si l'angine est virale, le test est positif dans 10 % des cas.

On choisit au hasard un malade atteint d'angine. On note :

- $B$ l'événement : « l'angine du malade est bactérienne »;
- T l'événement : « le test effectué sur le malade est positif ».

On rappelle que si E et F sont deux événements, $p(E)$ désigne la probabilité de $E$ et $\text{p}_F(E)$ désigne la probabilité de $E$ sachant que $F$ est réalisé. On note $\overline{E}$ l'événement contraire de $E$.

1) Arbre :




2) (a) $p(B \cap T) = p_B(T) \times p(B) = 0,7 \times 0,2 = \boxed{0,14}$
   (b) On applique la formule des probabilités totales :
   $p(RT) = p(B \cap T) + p\left(\overline{B} \cap T\right)$
   $= 0,14 + 0,1 \times 0,8 = \boxed{0,22}$
   (c) $p_T(B) = \dfrac{B \cap T}{p(T)} = \dfrac{0,14}{0,22} = \dfrac{14}{22} = \boxed{\dfrac{7}{11}}$
3) On choisit au hasard cinq malades atteints d'une angine.
   On note $X$ la variable aléatoire qui donne, parmi les cinq malades choisis, le nombre de malades dont le test est positif.

   (a) QPour chacun des malades atteints d'une angine, il n'y a que deux issues possibles, le test est positif ou pas. Il s'agit donc de la répétition de cinq épreuves de Bernoulli dont la probabilité du succès est égale à 0,22.
   $X$ suit la loi binomiale $\boxed{\mathscr{B}(n = 5\ ;\ p = 0,22)}$.
   (b) $p(X \geqslant 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - (1 - 0,22)^5 = \boxed{1 - 0,78^5 \approx 0,711}$
   (c) $E(X) = np = 5 \times 0,22 = \boxed{1,1}$