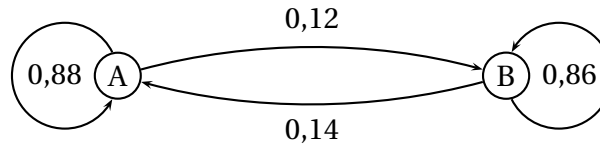


Correction de l'exercice de spécialité (Bac Liban mai 2017)

Partie A

1. Graphe probabiliste



La matrice de transition M vaut alors $M = \begin{pmatrix} 0,88 & 0,12 \\ 0,14 & 0,86 \end{pmatrix}$.

2. $P_0 = (a_0 \ b_0) = (0,3 \ 0,7)$.

3. L'état probabiliste en 2018 est donné par la matrice ligne $P_3 = (a_3 \ b_3)$.

Or on sait que, pour tout entier n , on a : $P_{n+1} = P_n \times M$ et alors $P_n = P_0 \times M^n$.

La calculatrice nous donne : $M^3 = \begin{pmatrix} 0,725 & 0,275 \\ 0,32 & 0,68 \end{pmatrix}$.

Donc $P_3 = P_0 \times M^3 \approx (0,442 \ 0,558)$.

Remarque : on peut calculer P_3 directement à la calculatrice, sans expliciter la valeur de M^3

Donc $a_3 \approx 0,442$, ce qui signifie qu'en 2018, il y aura environ 44,2 % des abonnés chez l'opérateur Alpha.

4. Les deux opérateurs voudraient connaître la répartition de l'ensemble des abonnés sur le long terme.

(a) On note $P = (x \ y)$ l'état stable de la répartition des abonnés. Alors par définition on a : $P = P \times M$ et $x + y = 1$.

On en déduit :

$$\begin{cases} x = 0,88x + 0,14y \\ y = 0,12x + 0,86y \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,12x - 0,14y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$\text{On en déduit : } \begin{cases} 0,12x - 0,14(1-x) = 0 \\ y = 1-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,26x = 0,14 \\ y = 1-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{13} \\ y = \frac{6}{13} \end{cases}$$

(b) L'état stable est donc $P = \left(\frac{7}{13} \ \frac{6}{13}\right)$ soit $P \approx (0,538 \ 0,462)$.

Au bout d'un grand nombre d'années, l'opérateur Alpha aura donc environ 53,8 % des parts de marché et l'opérateur Bravo aura environ 46,2 % des parts de marché.

Partie B

On utilise l'algorithme de Dijkstra :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	Poids	Choix
∞	∞	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	C	0
25 (C)	30 (C)		20 (C)	∞	∞	∞	∞	∞	D	20
25 (C)	30 (C)			40 (D)	∞	∞	∞	35 (D)	A	25
	30 (A)			40 (D)	∞	∞	35 (A)	35 (D)	B	30
				40 (D)	∞	∞	35 (A)	35 (D)	H	35
				40 (D)	45 (H)	55 (H)		35 (D)	I	35
				40 (D)	45 (H)	55 (H)			E	40
					45 (H)	55 (H)			F	45
						50 (H)			G	50

Le tracé de fibre optique le moins cher à déployer, entre les stations C et G est :

C - A - H - F - G

Et il coûte 50 milliers d'euros.