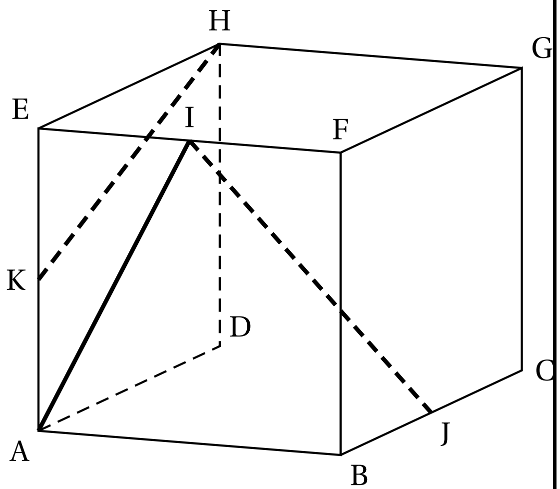
Feuille d'exercices de bac (1)

Exercice I Amérique du Nord mai 2021

Les questions 1. à 5. de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante

On considère un cube ABCDEFGH. Le point I est le milieu du segment [EF], le point J est le milieu du segment [BC] et le point K est le milieu du segment [AE].



1) Les droites (AI) et (KH) sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse,

   Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

2) (a) Donner les coordonnées des points I et J.

   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires.

   On considère le plan $\mathscr{P}$ d'équation $x+3y-2z+2=0$ ainsi que les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \left\{\begin{array}{lcl} x &=& 3+t \\ y &=& 8-2t \\ z &=& -2+3t \end{array}\right. \quad , t \in \mathbb{R}$$

$$d_2 : \left\{\begin{array}{lcl} x &=& 4+t \\ y &=& 1+t \\ z &=& 8+2t \end{array}\right. \quad , t \in \mathbb{R}.$$

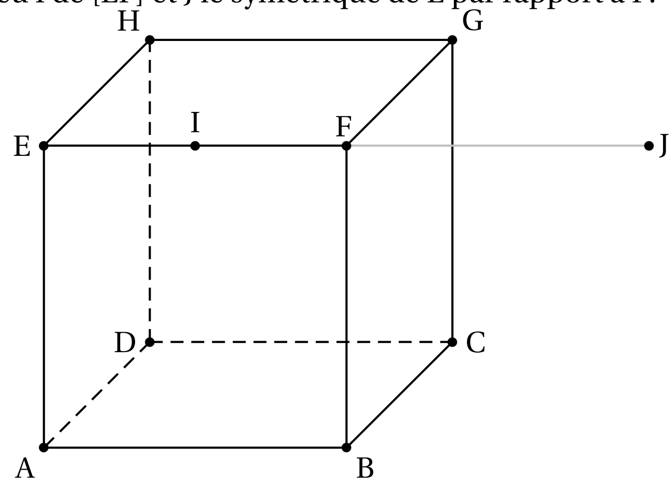
3) Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.

4) Montrer que la droite d_2 est parallèle au plan $\mathscr{P}$.

5) Montrer que le point $L(4 ; 0 ; 3)$ est le projeté orthogonal du point $M(5 ; 3 ; 1)$ sur le plan $\mathscr{P}$.

Exercice II Sujet 0 2020

On considère le cube ABCDEFGH de côté 1, le milieu I de [EF] et J le symétrique de E par rapport à F.



Dans tout l'exercice, l'espace est rapporté au repère orthonormé $\left(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Par lecture graphique, donner les coordonnées des points I et J.

   (b) En déduire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DJ}$, $\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{BG}$.

   (c) Montrer que $\overrightarrow{DJ}$ est un vecteur normal au plan (BGI).

   (d) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (BGI) est $2x-y+z-2=0$.

2. On note d la droite passant par F et orthogonale au plan (BGI).

   (a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d.

   (b) On considère le point L de coordonnées $\left(\frac{2}{3} ; \frac{1}{6} ; \frac{5}{6}\right)$.

   Montrer que L est le point d'intersection de la droite d et du plan (BGI).

3. On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule

$$V = \frac{1}{3} \times \mathscr{B} \times h$$

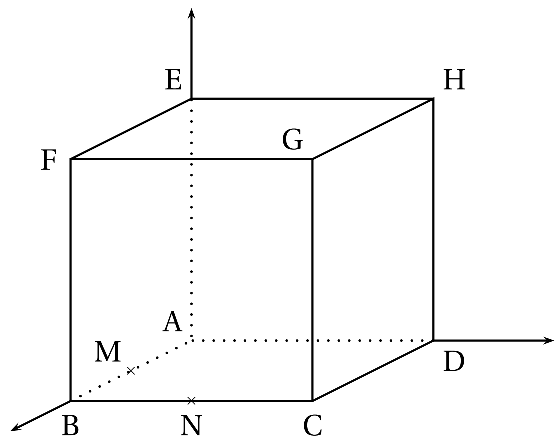
   où $\mathscr{B}$ est l'aire d'une base et h la hauteur associée à cette base.

   (a) Calculer le volume de la pyramide FBGI.

   (b) En déduire l'aire du triangle BGI.

Exercice III Antilles septembre 2020

Dans le cube ABCOEFGH ci-dessous , on a placé les points M et N milieux respectifs des segments [AB] et [BC].



On se place dans le repère $\left(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. Donner sans justifier les coordonnées des points H, M et N.
2. On admet que les droites (CD) et (MN) sont sécantes et on note K leur point d'intersection.
   (a) Donner une représentation paramétrique de la droite (MN).
   On admet qu'une représentation paramétrique de la droite (CD) est
   $$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & t \\ y & = & 1 \\ z & = & 0 \end{array}\right., t \in \mathbb{R}.$$
   (b) Déterminer les coordonnées du point K.
3. On admet que les points H, M, N définissent un plan et que la droite (CG) et le plan (HMN) sont sécants. On note L leur point d'intersection.
   (a) Vérifier que le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (HMN).
   (b) Déterminer une équation cartésienne du plan (HMN).
   (c) En déduire les coordonnées du point L.
4. Construire les points K et L puis la section du cube ABCDEFGH par le plan (HMN).