# Exercices sur la loi binomiale

## I

On considère qu'à un concours, un candidat a 20 % de chances de réussir.
On prend un groupée 25 candidats au hasard.

1. Quelle est la probabilité qu'au moins deux candidats réussissent ?
2. Quelle est la probabilité qu'au plus deux candidats réussissent ?
3. Quelle est la probabilité que dix candidats réussissent ?
4. Calculer le nombre moyen de candidats qui réussissent sur 25 candidats qui passent le concours.

## II Antilles-Guyane juin 2016 (extrait)

Un fabricant d'ampoules possède deux machines, notées A et B. La machine A fournit 65 % de la production, et la machine B fournit le reste. Certaines ampoules présentent un défaut de fabrication :

— à la sortie de la machine A, 8 % des ampoules présentent un défaut;
— à la sortie de la machine B, 5 % des ampoules présentent un défaut.

On définit les événements suivants :

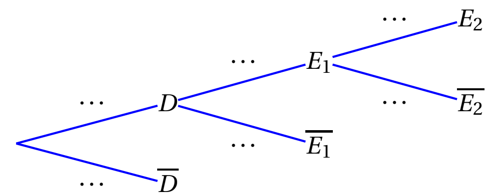
— $A$ : « l'ampoule provient de la machine A »;
— $B$ : « l'ampoule provient de la machine B »;
— $D$ : « l'ampoule présente un défaut ».

1. On prélève un ampoule au hasard parmi la production totale d'une journée.
   (a) Construire un arbre pondéré représentant la situation.
   (b) Montrer que la probabilité de tirer une ampoule sans défaut est égale à 0,930 5.
   (c) L'ampoule tirée est sans défaut.
   Calculer la probabilité qu'elle provienne de la machine A.
2. On prélève 10 ampoules au hasard parmi la production d'une journée à la sortie de la machine A. La taille du stock permet de considérer les épreuves comme indépendantes et d'assimiler les tirages à tirages avec remise.
   Calculer la probabilité d'obtenir au moins 9 ampoules sans défaut.

## III Métropole juin 2012

Pour embaucher ses cadres une entreprise fait appel à un cabinet de recrutement. La procédure retenue est la suivante. Le cabinet effectue une première sélection de candidats sur dossier. 40 % des dossiers reçus sont validés et transmis à l'entreprise. Les candidats ainsi sélectionnés passent un premier entretien à l'issue duquel 70 % d'entre eux sont retenus. Ces derniers sont convoqués à un ultime entretien avec le directeur des ressources humaines qui recrutera 25 % des candidats rencontrés.

1. On choisit au hasard le dossier d'un candidat.
   On considère les évènements suivants :
   — $D$ : « Le candidat est retenu sur dossier »,
   — $E_1$ : « Le candidat est retenu à l'issue du premier entretien »,
   — $E_2$ : « Le candidat est recruté ».
   (a) Reproduire et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.




   (b) Calculer la probabilité de l'évènement $E_1$.
   (c) On note $F$ l'évènement « Le candidat n'est pas recruté ».
   Démontrer que la probabilité de l'évènement $F$ est égale à $0,93$.
2. Cinq amis postulent à un emploi de cadre dans cette entreprise. Les études de leur dossier sont faites indépendamment les unes des autres. On admet que la probabilité que chacun d'eux soit recruté est égale à $0,07$.
   On désigne par $X$ la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi ces cinq candidats.
   (a) Justifier que $X$ suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.
   (b) Calculer la probabilité que deux exactement des cinq amis soient recrutés. On arrondira à $10^{-3}$.
3. Quel est le nombre minimum de dossiers que le cabinet de recrutement doit traiter pour que la probabilité d'embaucher au moins un candidat soit supérieure à $0,999$ ?

## IV Métropole juin 2011

*Les deux parties A et B peuvent être traitées indépendamment.*

Les résultats seront donnés sous forme décimale en arrondissant à $10^{-4}$.

Dans un pays, il y a 2 % de la population contaminée par un virus.

**PARTIE A**

On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

— La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de $0,99$ (sensibilité du test).
— La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de $0,97$ (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.
On note $V$ l'évènement « la personne est contaminée par le virus » et $T$ l'évènement « le test est positif ».
$\overline{V}$ et $\overline{T}$ désignent respectivement les évènements contraires de $V$ et $T$.

1. (a) Préciser les valeurs des probabilités $P(V)$, $P_V(T)$, $P_{\overline{V}}(\overline{T})$.
   Traduire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
   (b) En déduire la probabilité de l'évènement $V \cap T$.

2. Démontrer que la probabilité que le test soit positif est 0,049 2.

3. (a) Justifier par un calcul la phrase :

   « Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40 % de « chances » que la personne soit contaminée ».

   (b) Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif.

**PARTIE B**

On choisit successivement 10 personnes de la population au hasard, on considère que les tirages sont indépendants.
On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes contaminées par le virus parmi ces 10 personnes.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins deux personnes contaminées parmi les 10.