

Exercices sur les limites

I

Donner les limites suivantes :

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5}{n^2} \right)$.
2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} -7n^2$
3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2\sqrt{n}}$
4. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-n^4 + 3)$
5. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{n} + 5 \right)$
6. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 + n + 5)$
7. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{7}{n^3} + \frac{3}{n} \right)$.
8. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(3n^2 + \frac{1}{n} \right)$
9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n+1) \left(n - \frac{1}{5} \right)$
10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3 + \frac{1}{n}}{2 + \frac{1}{n}} \right)$
11. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-n^3 + \frac{3}{n} \right)$
12. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n} \right)$
13. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+1}{1 + \frac{1}{n}} \right)$
14. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\sqrt{n} - \frac{1}{n} + 1 \right)$
15. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2-n)(2+n)$
16. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5 - \frac{2}{n^2}}{n}$

II

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - 3n + 1)$
2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-4n^2 + 3n - \frac{1}{n} \right)$
3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^4 - n^3 + 2n^2)$

III

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+1}{n+2}$
2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5n+1}{1-7n}$
3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 7n + 3}{n^4 + 3n^2 + 1}$
4. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 - \cos n}{n+2} \right)$

IV

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = \frac{3}{2}$ et $u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leq u_n \leq 2$.
2. Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} - u_n = (u_n - 2)(u_n - 1).$$

3. Démontrer que (u_n) est une suite décroissante.
4. Cette suite est-elle convergente? Justifier.